

**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**République Algérienne Démocratique et Populaire**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**Université Hassiba benbouali Chlef**

**Faculté de technologie**

**Domaine : Sciences et Technologie**

**Filière : Electrotechnique**

**Option Réseaux Electriques**

**Présenté par : DR MOSTEFAOUI MOHAMED**

# **Polycopie : Maintenance et sureté de fonctionnement cours + TD**

**Master : Réseaux Électriques**

**Semestre : 3.**

**UE Découverte Code : UED**

**Matière : Maintenance et sureté de fonctionnement**

**VHS : 22h30 (Cours : 1h30) Crédits : 1 Coefficient : 1**

## **Master : Réseaux Électriques**

Semestre : 3..

UE Découverte Code : UED ..

Matière : Maintenance et sûreté de fonctionnement

VHS: 22h30(Cours: 1h30) Crédits: 1 Coefficient: 1

### **Contenu de la matière :**

**I-Historique**, contexte et définitions de la SdF

### **II-Analyse des systèmes à composants indépendants**

- Modélisation de la logique de disfonctionnement par arbres de défaillance,
- Exploitation qualitative et quantitative booléen,
- Limites de la méthode

### **III- Analyse des systèmes avec prise en compte de certaines dépendances**

- Modélisation des systèmes,
- Markovienne par graphes des états,
- Exploitation quantitative du modèle,
- Limite de la méthode)

### **IV- Analyse des systèmes avec prise en compte généralisé des dépendances**

- Modélisation par les réseaux de pétie (RdP),
- Exploitation quantitative du modèle : RdP : stochastique)

### **V- Application des méthodologies de sûreté de fonctionnement** (- fiabilité, - maintenabilité,

- Disponibilité,- sécurité)

### **VI- Méthodologie de prévision de fiabilité** (-Calcul prévisionnels la fiabilité, - Analyse des modes de défaillance, -techniques de diagnostic de panne et de maintenance)

Mode d'évaluation : Contrôle continu 40%, examen : 60%

### **Références bibliographiques :**

DESCRIPTIF DU COURS		
Objectif		L'objectif de cette matière est de former des étudiants à la maintenance et à la sureté de fonctionnement. Les apprenants apprendront à maintenir et à assurer la sureté des systèmes et des équipements, à identifier et à corriger les problèmes, à inspecter et à examiner les équipements, à suivre les procédures de sureté de fonctionnement, à appliquer des méthodes de résolution de problèmes et à formuler des recommandations pour améliorer la sureté et l'efficacité des systèmes. Les apprenants apprendront également à analyser les risques, à évaluer les performances et à rédiger des rapports techniques.
Type Enseignement	Unité	découverte
Contenu succinct		L'objectif principal de cette matière est d'enseigner aux étudiants les principes et les pratiques de la maintenance et de la sureté de fonctionnement. Les étudiants apprendront à diagnostiquer et à réparer les équipements, à évaluer les risques et à mettre en œuvre des stratégies de sureté de fonctionnement pour les systèmes et équipements industriels. Les étudiants apprendront également à appliquer des principes d'ingénierie et des normes de sureté pour assurer la fiabilité et la sécurité des systèmes et équipements. Enfin, les étudiants seront en mesure de gérer les projets de maintenance et de sureté de fonctionnement et de surveiller leurs performances.
Crédits de la matière		1
Coefficient de la matière		1

Pondération Participation	par des exposés et mini projets en matière de maintenance et sûreté de fonctionnement dans le cadre d'un master en génie électrique peut varier selon le contenu et la durée de l'exposé ou du projet.
La pondération de la participation	En règle générale, La pondération assiduité pour la matière maintenance et sûreté de fonctionnement dépendra du programme de la matière. Dans la plupart des cas, l'examen aura la plus grande pondération, suivi de l'exposé et du mini-projet. Cependant, il peut y avoir d'autre cas
Compétences visées	Cette matière vise à former les étudiants à l'utilisation des outils et des procédures nécessaires pour assurer la sûreté et la fiabilité des systèmes technologiques. Elle aborde des concepts tels que la maintenance préventive, la maintenance corrective, la gestion des stocks, le dépannage et le diagnostic des pannes. Les étudiants apprendront également à utiliser des outils de gestion de la maintenance et à analyser des données pour améliorer la fiabilité des systèmes. Les étudiants apprendront également à réaliser des audits de sûreté et de fiabilité et à prendre des mesures correctives pour corriger les anomalies. Les étudiants apprendront également à évaluer les risques et à développer des procédures pour minimiser le risque associé à l'utilisation des systèmes technologiques.

## Sommaire

<b>Introduction</b>	
<b>Chapitre I:</b>	
<b>I-Historique, contexte et définitions de la SdF</b>	<b>8</b>
<b>I.1 Notion de maintenance</b>	<b>8</b>
<b>I.1.1 Maintenance</b>	<b>8</b>
<b>I.1.2. Maintenance préventive</b>	<b>9</b>
<b>I.2. Différentes formes de maintenance préventive</b>	<b>9</b>
<b>I.2.1. Maintenance préventive systématique</b>	<b>9</b>
<b>I.2.2. Maintenance préventive conditionnelle</b>	<b>9</b>
<b>I.3. Maintenance corrective</b>	10
<b>I.3.1. Définition</b>	10
<b>I.3.2. But de maintenance corrective</b>	10
<b>I.4. Évènements</b>	10
<b>I.5. Choix d'une politique de maintenance</b>	11
<b>Chapitre II</b>	<b>12</b>
<b>II. Application des méthodologies de sureté de fonctionnement</b> (fiabilité, maintenabilité, Disponibilité, sécurité)	
<b>II. 1. Conception de base FMD et sureté de fonctionnement</b>	<b>12</b>
<b>II. 2. La maintenabilité</b>	<b>13</b>
<b>II. 3. La disponibilité</b>	<b>13</b>
<b>III. Les méthodes d'analyse de sureté de fonctionnement :</b>	<b>15</b>
<b>III. 1. Notion de système</b>	<b>15</b>
<b>III. 2. Diagramme Bloc Fiabilité</b>	<b>15</b>
<b>III.3. Méthodologie de prévision de fiabilité</b>	<b>16</b>
<b>III.3. 1 Arbres de défaillances</b>	<b>16</b>
<b>III.3.2. Construction d'un arbre de défaillance</b>	<b>16</b>
<b>III.3.3. Traitement qualitatif</b>	<b>18</b>

<b>III.4. Réduction de l'équation booléenne</b>	<b>19</b>
<b>Chapitre IV</b>	
<b>IV. Sureté de fonctionnement</b>	<b>22</b>
IV. 1. Introduction	22
IV.2. Définition	23
IV.3. Cout de la sureté de fonctionnement	23
IV.4. Étude des systèmes	23
IV.5. Entraves	25
IV.6. Les moyens	29
IV.7. Les méthodes d'évaluation de la sureté de fonctionnement	29
IV.8. Gestion de Maintenance Assistée par Ordinateur GMAO	31
IV.8. 1. Définition G.M.A.O.	31
IV.8. 2. Caractéristiques générales	31
IV.8. 3. Intérêt de la MAO	32
IV.8. 4. Élaboration d'un plan MAO	32
IV.8. 5. Système expert	33
IV.8. 6. Présentation des Modules de fonctionnements	33
IV.8. 7. Module gestion du préventif	37
<b>Chapitre V.</b>	
<b>V. Application des chaines de Markov à la sureté de fonctionnement</b>	75
V.1Propriété de Markov	41
V.1.1 Critère fondamental	41
V.1.2 Probabilités de transition	42
V.2 Modèle d'Ehrenfest	42
V.3 Graphe d'une chaine de Markov	43
V.3.1 Classification des états	44
V.3.2 Marche aléatoire sur un groupe fini	44
<b>Chapitre VI</b>	
<b>VI. Réseaux de Petri</b>	46
VI. 1 Introduction	46
VI.2 Les notions de base de réseaux de Petri	46
VI. 3 Propriétés des réseaux de Petri	47
VI.5 Graph des marquages atteignables et Graph de couvrement	48
<b>Quelques Exercices</b>	86
<b>TP : Diagrammes de fiabilité</b>	103

## INTRODUCTION

De tout temps l'homme a sans doute voulu construire des choses fiables. Mais la fiabilité en tant que technique de l'ingénieur ne s'est développée que depuis quelques décennies. On peut citer que dès l'année 1906, les constructeurs américains se sont préoccupés de fiabilité. Cette notion était à l'époque synonyme de durée de vie. Vers les années 1950, des études, révélèrent qu'on dépensait beaucoup dans la réparation des équipements des systèmes électroniques à usage militaire qui étaient sujets à des défaillances fréquentes, d'où l'idée de concevoir des équipements fiables. C'est ainsi que furent entrepris de nombreux efforts pour comprendre les problèmes de la fiabilité. Les premiers développements vont concerner les systèmes binaires cohérents et les résultats obtenus par Birnbaum et Esary, vont constituer la base des modèles de fiabilité. Cependant avec la complexité croissante des systèmes et le haut niveau de performance recherché, la fiabilité à elle seule ne suffit plus pour caractériser la performance d'un système. Les notions de disponibilité et maintenabilité sont alors introduites. Plus tard, suite au développement des systèmes de pointe tels que les systèmes d'armes, les systèmes aérospatiaux ou les centrales nucléaires qui présentent des facteurs d'accident très élevés, une quatrième notion, la sécurité est introduite. Une nouvelle discipline regroupant ces quatre composantes, la sûreté de fonctionnement naît. L'année 1961 verra naître le concept d'arbre de défaillance dans les laboratoires de la Bell Téléphone, qui sera par la suite utilisée dans la modélisation des systèmes. À partir de 1970, la théorie de la fiabilité ne cessera de connaître. Les résultats obtenus pour les systèmes binaires cohérents seront généralisés aux systèmes multi performants. Après la fiabilité des composants et la fiabilité des systèmes, vont se développer la fiabilité du logiciel et la fiabilité humaine. La sûreté de fonctionnement constitue actuellement une véritable science et fait partie intégrante de l'art de l'ingénieur.

## Problématique de la sûreté de fonctionnement (SdF)

---

On est amené à faire l'étude de sureté d'un système pour diverses raisons. Parmi celles-ci, il y a l'aspect technologique : la motivation vient du caractère vital pour la société actuelle, du bon fonctionnement de certains systèmes de pointe, tels que par exemple les systèmes aéronautiques, dont le mauvais fonctionnement peut engendrer des pertes de vies humaines. Il y a aussi l'aspect économique : la motivation vient ici de la nécessité d'optimiser les couts de conception, de fabrication et d'exploitation, une fiabilité insuffisante faisant ressentir ses effets sur les couts d'exploitation. Les études de sureté peuvent être menées à différents stades de la vie d'un système : conception, réalisation, exploitation.

## **Chapitre I**

### **I-Historique, contexte et définitions de la SdF**



## Chapitre I

### I-Historique, contexte et définitions de la SdF

#### I. Historique, contexte et définitions de la SdF (fiabilité, maintenabilité, Disponibilité, sécurité)

La **sûreté de fonctionnement** est l'aptitude d'un système à remplir une ou plusieurs fonctions requises dans des conditions données. Elle englobe principalement quatre composantes : la fiabilité, la maintenabilité, la disponibilité et la sécurité. La connaissance de cette aptitude permet aux utilisateurs du système de placer une confiance justifiée dans le service qu'il leur assure. Par extension, la sûreté de fonctionnement désigne également l'étude de cette aptitude et peut ainsi être considérée comme la « science des défaillances et des pannes »

Les composantes de la sûreté de fonctionnement : Selon Alain Villemeur, la sûreté de fonctionnement englobe principalement la fiabilité, la disponibilité, la maintenabilité et la sécurité (qui forment le sigle FDMS) mais aussi d'autres aptitudes telles que la durabilité, la testabilité... ou encore des combinaisons de ces aptitudes<sup>1</sup>.

#### I.1 Notion de maintenance

##### I.1.1 Maintenance

**a). Définition :** La maintenance est définie comme étant l'ensemble des actions permettant de bien maintenir ou de rétablir un bien dans un état spécifique ou en mesure d'assurer un service déterminé avec un coût optimal. Commentaires :

- Maintenir : contient la notion de « prévention » sur un système en fonctionnement.
- Rétablir : contient la notion de « correction » consécutive à une perte de fonction.

- État spécifié ou service déterminé : implique la prédétermination d'objectif à atteindre avec quantification des niveaux caractéristiques.
- Coût optimal qui conditionne l'ensemble des opérations dans un souci d'efficacité.

## b) . Méthode de maintenance

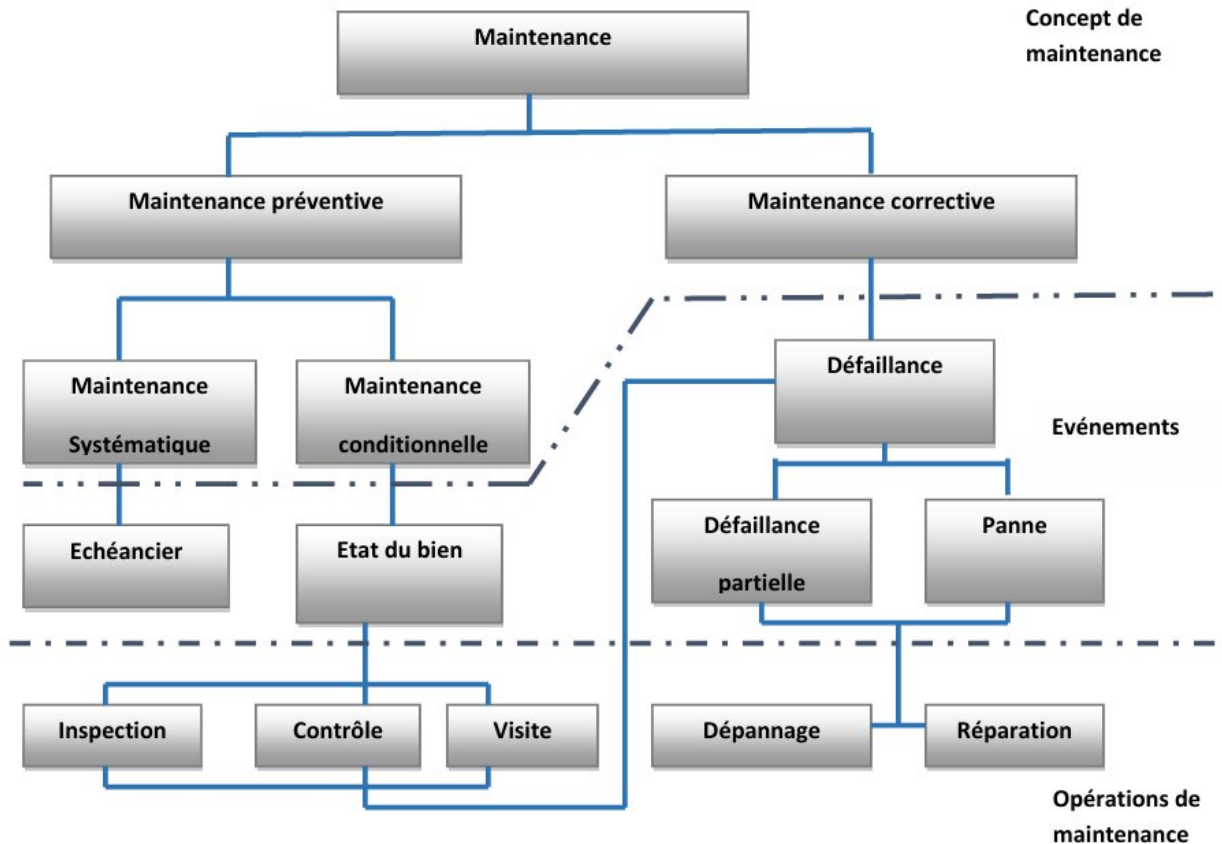


Figure 1 : organigramme représentant les types de maintenance

### I.1.2. Maintenance préventive

**I.1.2.1. Définition** C'est une maintenance effectuée dans l'intention de réduire la probabilité de défaillance d'un bien ou la dégradation d'un service rendu

#### I.1.2.2. But de maintenance préventive

- Augmenter la durée de vie du matériel.
- Diminuer la probabilité des défaillances en service.
- Diminuer les temps d'arrêt en cas de révision ou de panne.
- Prévoir les interventions de maintenance corrective coûteuses.
- Diminuer le budget de maintenance.
- Supprimer la gestion des stocks

- Assurer la sécurité.

### **I.2.3 Différentes formes de maintenance préventive**

On distingue deux types :

**I.2.3.1. Maintenance préventive systématique** : C'est une maintenance effectuée selon un échéancier établi suivant le temps ou le nombre d'unité d'usinage, la mise en place d'action préventive systématique impose une connaissance préalable du matériel dans le temps. Cas d'application de la préventive systématique qui peut être appliqué dans les cas suivant :

- ✓ Équipements soumis à la législation en vigueur (sécurité, règlement, appareil de levage, extincteur).
- ✓ Équipements dont les pannes risquent de provoquer des accidents graves.
- ✓ Équipements ayant les couts des avarier très élevés.
- ✓ Équipement dont le fonctionnement anormal peu provoque des perturbations importantes pour la production et pourrait avoir des consommations d'énergie importantes.

**I.2.3.2. Maintenance préventive conditionnelle** : C'est une maintenance préventive subordonné à un type d'évènement prédéterminé (mesure d'une usure, information d'un capteur, auto diagnostic). Elle a pour objectif le suivi continue du matériel dans le but de prévenir les défaillances attendues, la décision d'intervention préventive est prise lorsqu'il y a évidence expérimentale de défaut approche d'un seuil de dégradation prédéterminé. Une idée de la maintenance conditionnelle consiste à ne changer l'élément que lorsque celui-ci présente des signes de vieillissement ou d'usure mettant en danger ses performances, cependant on s'appuie sur des mesures physiques vibrations de bruit de température et d'huile.

### **I.2.4 Maintenance corrective**

**I.2.4.1. Définition** : C'est la maintenance exécutée après défaillance et destinée à remettre un dispositif dans un état tel qu'il puisse assurer la fonction requise, elle englobe les opérations suivantes : Dépannage, Réparations, test, détection, diagnostic et essai, et elle nécessite les moyens suivants : Documentation technique, formation de personnel, gamme, type de réparation et de gestion des pièces de rechange.

**I.2.4.2. But de maintenance corrective** La maintenance corrective a pour but de faire une analyse des causes de défaillances :

Remise en état (dépannage, réparation), Operations de maintenance, Inspections, Visites (opérations définies aux préalables, peuvent entrainer des démontages d'organes et une immobilisation du matériel), Contrôles, Défaillance

**I.3. La fiabilité** : La fiabilité est l'aptitude d'un composant ou d'un système à fonctionner pendant un intervalle de temps.

Plus précisément, la fiabilité est l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, durant un intervalle de temps.

Le terme fiabilité est également utilisé pour désigner la valeur de la fiabilité et peut être défini comme une probabilité. C'est alors la probabilité pour qu'une entité puisse accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant un intervalle de temps.

La notion de fiabilité est associée à celle de taux de défaillance.

**I.3.1. Le taux de défaillance, ou taux de panne**, est une expression relative à la fiabilité des équipements et de chacun de leurs composants. Son symbole est la lettre grecque  $\lambda$  (lambda).

**I.3.2. Définition** : Le taux de défaillance d'un équipement à l'instant  $t$  est la limite, si elle existe, du quotient de la probabilité conditionnelle que l'instant  $T$  de la (première) défaillance de cet équipement soit compris dans l'intervalle de temps donné  $[t, t + \Delta t]$  par la durée  $\Delta t$  de cet intervalle, lorsque  $\Delta t$  tend vers zéro, en supposant que l'entité soit disponible au début de l'intervalle de temps<sup>1</sup>.

Il permet de quantifier le risque en termes de probabilité qu'une entité qui fonctionne correctement depuis la durée  $t$  tombe en panne subitement à l'instant suivant  $t + dt$ .

Le taux de défaillance s'exprime en FIT.

En anglais, le taux de défaillance se dit Failure rate ; lorsqu'il se modélise par une fonction continue, on parle de hasard fonction (litt. fonction de danger, de péril).

Taux de défaillance et fonction de survie

Considérons une population de  $N$  équipements, mis en service à l'instant 0. À l'instant  $t$ , il reste  $R(t) \times N$  équipements en service ; la proportion  $R(t)$  est la fonction de survie de l'équipement considéré. Cette fonction  $R(t)$  est la probabilité de n'avoir connu aucune défaillance jusqu'à l'instant  $t$ .

La densité de probabilité  $f(t)$  d'avoir une défaillance dans la population restante vaut donc :

$$f(t) = R(t) \times \lambda(t)$$

Comme la probabilité de défaillance représente la variation (négative) de la population, on a aussi :  $f(t) = -R(t)/d(t)$

$$\lambda(t) = -\frac{1}{R} \frac{dR}{dt} = -\frac{d(\ln R)}{dt}$$

### I.3.3. Expression avec les probabilités

Ramené à une unité, R est également la probabilité qu'un équipement soit encore en fonctionnement à l'instant t, donc qu'il ait une durée de vie T supérieure à t. On a

$$R(t) = P(T > t) = 1 - P(T \leq t) = 1 - F(t).$$

D'après la définition du taux de défaillance  $\lambda(t)$  à l'instant t donnée plus haut, on a :

$$\lambda(t) = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\mathbb{P}(T \leq t + dt | T > t)}{dt}$$

$$\lambda(t) = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\mathbb{P}(T \in [0, t + dt] | T \in ]t, +\infty[)}{dt}$$

En utilisant les formules de probabilité conditionnelle :

$$\lambda(t) = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{1}{dt} \cdot \frac{R(t) - R(t + dt)}{R(t)}$$

$$\lambda(t) = \frac{-R'(t)}{R(t)}$$

**I.4. La maintenabilité :** La maintenabilité est l'aptitude d'un composant ou d'un système à être maintenu ou remis en état de fonctionnement.

Plus précisément, la maintenabilité est, dans des conditions données d'utilisation, l'aptitude d'une entité à être maintenue ou rétablie dans un état où elle peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, en utilisant des procédures et des moyens prescrits<sup>4</sup> (la prise en considération de l'aptitude du système de soutien à maintenir ou à remettre en état l'entité est du domaine du soutien logistique intégré - SLI).

Le terme maintenabilité est également utilisé pour désigner la valeur de la maintenabilité<sup>4</sup>. C'est alors, pour une entité donnée, utilisée dans des conditions données d'utilisation, la probabilité pour qu'une opération de maintenance active puisse être effectuée pendant un intervalle de temps

**a) Définition (Maintenabilité / Maintainability) :** Dans les conditions données d'utilisation, la maintenabilité est l'aptitude d'une entité à être maintenue ou rétablie, sur un intervalle de temps donné dans un état dans lequel elle peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données avec des procédures et des moyens prescrits.  $M(t) = P(E \text{ en panne en } 0 \text{ et réparé sur } [0, t])$  Soit  $Y$  la variable aléatoire désignant la durée de la panne du composant, alors  $M(t) = P(Y \leq t)$ . La densité de réparation est  $G(t) = dM(t)/dt$ . Ainsi,  $G(t)dt$  est la probabilité que la réparation soit achevée dans l'intervalle  $[t, t + dt]$  sachant que l'entité est défaillante à  $t = 0$ . **MUT (Mean Up Time) :** durée moyenne de fonctionnement du système après réparation **MDT (Mean Down Time) :** durée moyenne de non fonctionnement du système. **MTBF (Mean Time Between Failure) :** durée moyenne entre 2 pannes. On a  $MTBF = MUT + MDT$ . **MTTR (Mean Time To Restoration) :** durée moyenne avant remise en service.  $MTTR = E[Y] = \int_0^{\infty} tG(t)dt = \int_0^{\infty} [1 - M(t)]dt$ . Les différents temps moyens sont représentés dans

**b) Exercice :** Un moteur peut être vu comme un système réparable, les brosses en carbone doivent être changées après un certain nombre d'heures en opération. Durant une année, le moteur doit être réparé 3 fois. La première réparation a lieu après 98 jours et dure 10h, la deuxième après 100 autres jours et dure 9h, la troisième après 105 autres jours et ce pendant 11 heures. Calculer le temps moyen en opération MUT et le temps moyen de réparation MDT du moteur.

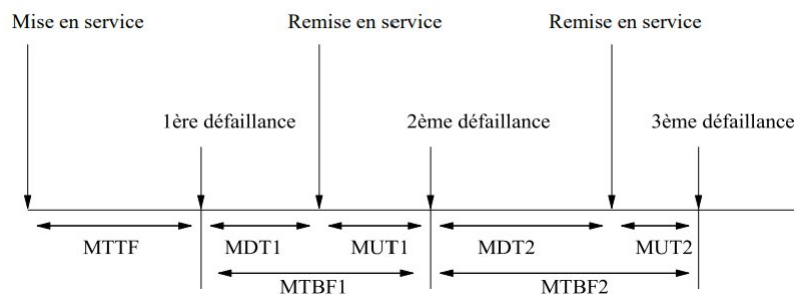


Figure 2 – Représentation des temps moyens dans la vie en opération

**1.5. La disponibilité :** La disponibilité est l'aptitude d'un composant ou d'un système à être en état de marche à un instant donné.

Plus précisément, la disponibilité est l'aptitude d'une entité à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données, à un instant donné, en supposant que la fourniture des moyens nécessaires est assurée.

Le terme disponibilité est également utilisé pour désigner la valeur de la disponibilité et peut être défini comme une probabilité. C'est alors la probabilité pour qu'une entité puisse accomplir une fonction requise, dans des conditions données, à un instant donné.

### Définition : (Disponibilité / Availability)

La disponibilité est l'aptitude d'une entité à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données, à un instant donné ou pendant un intervalle de temps donné, en supposant que la fourniture des moyens extérieurs nécessaires soit assurée.  $A(t) = P(E \text{ non d'échec à l'instant } t)$  C'est une grandeur instantanée, le système peut avoir subi plusieurs pannes et réparations avant  $t$ .

**I.6. La sécurité :** La sécurité est l'aptitude d'une entité à ne pas conduire à des accidents inacceptables.

Plus précisément, la sécurité est l'aptitude d'un produit à respecter, pendant toutes les phases de vie, un niveau acceptable de risques d'accident susceptible de causer une agression du personnel ou une dégradation majeure du produit ou de son environnement.

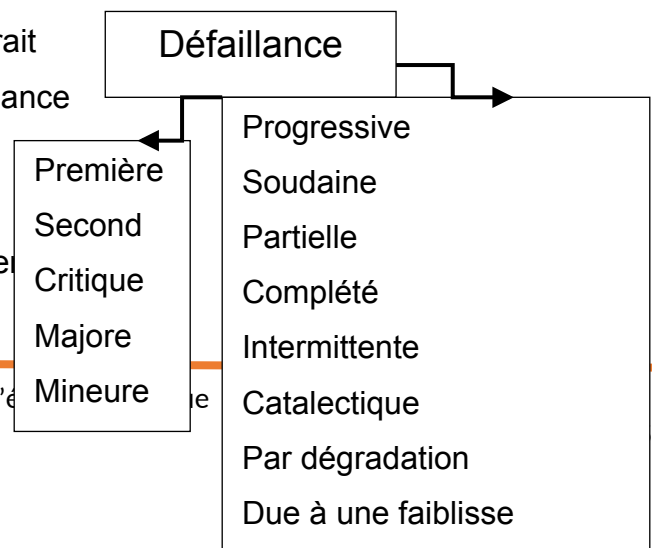
### I.7. Évènements :

Défaillance : c'est la cessation de l'aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise. Pour définir avec précision les défaillances, il faut tenir compte de la rapidité de manifestation, des causes, du degré d'importance, des conséquences ou d'une combinaison de tous ces éléments. À cette fin, un vocabulaire précis est utilisé (voir définitions suivantes).

Causes de défaillance Circonstances liées à la conception, la fabrication ou à l'emploi

Différents modes de défaillance Effet par lequel une défaillance est observée.

- ✓ Défaillance progressive Défaillance qui aurait pu être prévue par un examen ou une surveillance antérieure. Exemples usures diverses.
- ✓ Défaillance soudaine, Défaillance partielle.
- ✓ Défaillance complète, Défaillance intermittente
- ✓ Défaillance catalectique



- ✓ Défaillance due à une faiblesse inhérente
- ✓ Défaillance due à un mauvais emploi
- ✓ Défaillance première Défaillance seconde,  
Défaillance critique

Niveau de gravité	Code de gravité	Description
Catastrophique	0A	Risque de perte de vie humaine ou agression sur le personnel d'exploitation.. Effets sur l'environnement à long terme.
Grave	0B	Destruction importante de biens qui interrompent les activités sur une longue période. Effets sur l'environnement à court terme.
Majeur	1	Perte de mission. Endommagement d'un bien.
Mineur	2	Mission dégradée.
Négligeable	3	Sans effet sensible sur le déroulement de la mission.

Figure. 3 : Classification des risques selon une échelle, qui peut dépendre du domaine applicatif

### I.8. Choix d'une politique de maintenance.

Le choix du type de maintenance le mieux adapté dans chaque cas dépend généralement de :

- du type de défaillance ;
- de l'aptitude du personnel de maintenance ;
- de la connaissance des coûts de maintenance (coûts directs, coûts indirects, investissements).
- de l'organisation du travail (méthode, préparation, planning, pièces de rechange, moyens d'investigation, etc.).



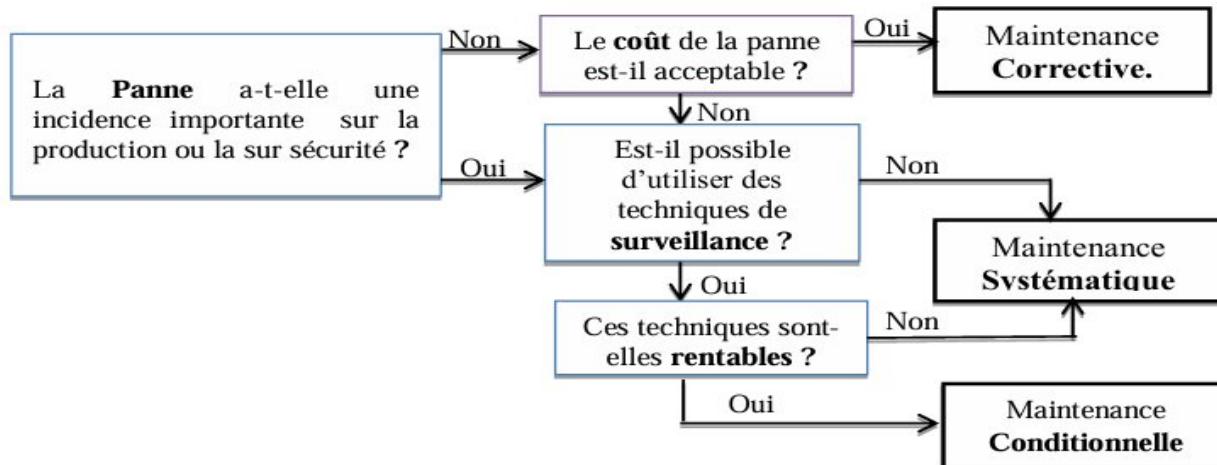


Figure 4 : Politique de maintenance.

## I.9. TYPES DE MAINTENANCE : LES OPTIONS DE LA MAINTENANCE

Les options susceptibles d'être mises en œuvre par le service maintenance relèvent de deux concepts principaux :

1. La maintenance corrective
2. La maintenance préventive

### a). La maintenance corrective

La maintenance corrective (ou curative) correspond à une attitude passive d'attente de la panne ou de l'incident. Elle n'est entreprise qu'après constat d'un état de panne. La réaction consiste alors à éliminer le défaut, grâce à un dépannage ou une réparation. C'est donc l'improvisation avec toutes les conséquences qui en résultent (pertes de temps, arrêts prolongés des machines, absences de schémas de dépannage), elle est appelée aussi maintenance de catastrophe. C'est la politique d'entretien la plus coûteuse vue sous l'aspect coûts directs et coûts indirects.

### b). La maintenance préventive

La maintenance préventive correspond à la volonté de prévoir la dégradation du bien (matériel ou équipement), afin d'éviter d'être pris au dépourvu par la panne. Dans ce type de maintenance, on n'attend pas que le matériel ou l'équipement tombe en panne. Elle est effectuée selon des critères prédéterminés, dans l'intention de réduire la probabilité de défaillance d'un bien ou d'une dégradation d'un service rendu.

Elle consiste à :

- Procéder à des visites systématiques en cours de marche ou à l'arrêt pour suivre les usures des pièces. Ces visites sont à caractère périodiques et déterminées d'avance;
- faire des contrôles en cours de marche ou à l'arrêt;
- opérer à des réglages et resserrage et changer éventuellement des pièces défectueuses. Il existe alors deux solutions :

**Solution 1:** Le changement ou la réparation systématique d'organes : c'est la maintenance systématique qui consiste à bien connaître les processus de dégradation

**Solution 2:** Le changement ou la réparation des organes en fonction de leur état de dégradation : c'est la maintenance conditionnelle qui impose une surveillance de la progression du défaut;

**Solution 3:** L'élimination définitivement des défaillances. C'est la maintenance améliorative.

Elle nécessite une réflexion pour :

- Déterminer les causes réelles du problème
- Envisager les remèdes adaptés à leur suppression.

#### c). **Maintenance systématique**

C'est une maintenance préventive effectuée selon un échéancier établi suivant le temps d'usage ou le nombre d'unités d'usage (la loi de dégradation doit être connue). Dans ce type de maintenance, les opérations de maintenance sont effectuées suivant un calendrier (journalier, hebdomadaire, mensuel) et concernant tous les produits consommables, tels que les huiles, les graisses, les liquides de coupe et les composants de faibles durées de vie par rapport aux machines. Ce type de maintenance demande de la rigueur pour être planifiée.

#### d). **Maintenance conditionnelle**

C'est une maintenance préventive subordonnée à un type d'événement prédéterminé (auto diagnostic, information d'un capteur, mesure d'une usure, etc.) révélateur de l'état de dégradation du bien. Elle s'applique aux organes dont la dégradation peut être mise en évidence par des indicateurs. Cette forme moderne de maintenance permet d'assurer le suivi continu du matériel en service, dans le but de prévenir des défaillances attendues. Elle n'implique pas la connaissance de la loi de dégradation, la décision d'intervention préventive est prise lorsqu'il y a évidence expérimentale de défaut imminent en approche d'un seuil de dégradation prédéterminé. La condition première est que le matériel s'y prête (existence d'une

dégradation progressive et détectable) et qu'il mérite cette prise de charge (criticité du matériel). Par exemple elle est peu exploitée pour surveiller les machines de production des industries type atelier (taux de pollution des huiles de graissage, le PH des liquides d'arrosage, les vibrations, les bruits, etc..). Mais, elle est largement pratiquée sur les machines de production des industries type process.

### I.10. Termes et définitions relatifs à la maintenance

#### a). Termes généraux

1°. Bien C'est un produit industriel conçu et réalisé pour assurer un service donné. Les biens peuvent être classés en biens d'équipement, biens intermédiaires et biens de consommation. Ils peuvent être aussi classés en fonction de leur durabilité.

2°. Durée de vie C'est la durée pendant laquelle un bien a accompli la fonction qui lui a été assignée. La durée de vie d'un bien s'exprime en unité de temps (années, heures, cycle, ...)

3°. Panne C'est l'état d'une entité inapte à accomplir une fonction requise, dans des conditions d'utilisation données.

4°. Défaillance C'est une altération ou une cessation de l'aptitude d'un bien à remplir une fonction requise. Les défaillances peuvent être qualifiées et classées de différentes manières. Soit : en fonction de la rapidité de manifestation ; en fonction du degré d'importance ; en fonction des causes ; en fonction des conséquences, etc..

5°. Anomalie C'est une déviation par rapport à ce qui est attendu. L'anomalie justifie une investigation qui peut déboucher sur la constatation d'une non-conformité ou d'un défaut.

6°. Taux de défaillance ou taux d'avarie ( $\lambda(t)$ ) C'est une probabilité de défaillance dont l'allure de la courbe est donnée par la courbe suivante:

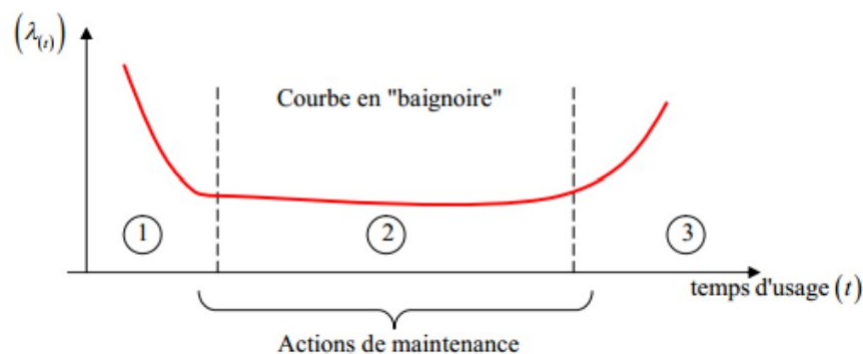


Fig 5: Taux de défaillance

- 1: Période de défaillance précoce (ou période de jeunesse)
- 2: Période de défaillance à taux constant (ou zone de maturité)
- 3: Période de défaillance par vieillissement (période de fin de vie ou zone d'usure)

#### **b). Opérations de maintenance préventive**

Les opérations suivantes sont effectuées de manière continue ou à des intervalles prédéterminés calculés sur le temps ou le nombre d'unités d'usage.

##### 1°. Inspection

- C'est une activité de surveillance s'exerçant dans le cadre d'une mission définie.
- Elle n'est pas obligatoirement limitée à la comparaison avec des données préétablies.
- Elle peut être effectuée sous forme de "rondes" et a pour but la détection de défaillances mineures :

- défauts de lubrification (contrôles des niveaux)
- défauts de pression, de températures, de vibrations.
- détection visuelle de fuites, détection d'odeurs, de bruits anormaux.
- dépannages simples : réglage de tension de courroie, échanges de lampes...

2°. Contrôle C'est une activité qui consiste à la vérification de la conformité du bien par rapport à des données préétablies, suivie d'un jugement. L'activité de contrôle peut

- Comporter une activité d'information,
- Inclure une décision (décision de non-conformité, d'acceptation, d'ajournement);
- Déboucher sur des actions correctives

3°. Visite C'est une activité consiste à faire un examen détaillé et prédéterminé de tout (visite générale) ou partie (visite partielle ou limitée) des différents éléments d'un bien. Elle peut :

- Entraîner certains démontages;
- Déclencher des opérations correctives des anomalies constatées;
- Impliquer des opérations de maintenance de 1er niveau.

#### **c). Les opérations de maintenance corrective**

1°. Dépannage C'est l'action sur un bien en panne en vue de le remettre en état de fonctionnement, provisoirement avant réparation compte tenu de l'objectif. Une action de dépannage peut s'accommoder de résultats provisoires et de conditions de réalisation hors cycle de procédure de coût et de qualité et dans ce cas, sera suivie de la réparation de

dépannage. L'opération de maintenance corrective n'a pas de condition d'applications particulières.

2°. Réparation C'est une intervention définitive et limitée dans le temps de maintenance corrective après une panne ou une défaillance partielle. Pour l'application de la réparation, l'opération de la maintenance corrective peut être décodée après décision soit :

- A la suite d'un incident ou d'une défaillance ;
- Après une visite de maintenance préventive conditionnelle ou systématique.

#### **d). Autres activités du service maintenance**

1°. La révision La révision est une opération de maintenance préventive ou corrective selon qu'elle est déclenchée par un échéancier, par la mesure d'une usure ou par une défaillance. C'est l'ensemble des actions d'examen, de contrôle et des interventions effectuées en vue d'assurer le bien contre toute défaillance majeure ou critique pendant un temps ou pour un nombre d'unité d'usage donné.

2°. La rénovation Les travaux de rénovation comprennent:

- L'inspection complète de tous les organes;
- La reprise dimensionnelle complète (réparation des éléments usés) ou remplacement des pièces déformées ;
- Vérification des caractéristiques et éventuellement réparation des pièces et sous-ensembles défaillants. La rénovation apparaît comme l'une des suites possibles d'une révision générale au sens strict de sa définition.

3°. La reconstruction C'est une remise en l'état défini par le cahier des charges qui impose le remplacement des pièces vitales par des pièces d'origine ou des pièces neuves équivalentes. Elle intervient à la fin de vie du bien. Toutes les pièces sensibles sont remplacées par des pièces d'origine. On peut prévoir des performances supérieures à celles d'origine. En plus de la maintenance et de la durabilité, Les modifications apportées peuvent concerner: la capacité de production, l'efficacité, la sécurité, etc..

4°. La modernisation C'est une activité d'amélioration de l'aptitude à l'emploi d'un bien par des perfectionnements techniques n'existant pas sur le bien d'origine.

Elle concerne le remplacement d'équipements, d'accessoires, d'appareils. Ils consistent à remplacer des équipements, des accessoires, des appareils et composants âgés ou à leurs adjoindre des composants ou des logiciels d'une génération nouvelle.

L'opération de modernisation peut aussi être exécutée dans le cas d'une rénovation ou d'une reconstruction.

5°. Les travaux neufs Ils contiennent, entre autres, les tâches suivantes :

- avis sur le choix du matériel.
- réception technique et vérification de la conformité.
- Installation.
- mise au point (réglages, essais préliminaires...).
- mise en service.

## 6. LES CINQ NIVEAUX DE MAINTENANCE (Norme AFNOR X 60 011)

NIVEAUX	TYPES DE TRAVAUX	PERSONNEL D'INTERVENTION	MOYENS
<b>1er niveau</b>	réglages simples prévus par le constructeur au moyen d'organes accessibles sans aucun démontage d'équipement, ou échange d'éléments accessibles en toute sécurité.	pilote ou conducteur du système	outillage léger défini dans les instructions d'utilisation.
<b>2ème niveau</b>	dépannage par échange standard d'éléments prévus à cet effet, ou d'opérations mineures de maintenance préventive (rondes)	technicien habilité	outillage léger défini dans les instructions d'utilisation et pièces de rechanges disponibles sans délai
<b>3ème</b>	identification et	technicien spécialisé	outillage prévu et

## 7. LES TROIS SCENARIOS DE LA MAINTENANCE (Norme AFNOR X 60 011)

<b>niveau</b>	diagnostic de pannes, réparation par échange de composants fonctionnels, réparations mécaniques mineures.		appareils de mesure, banc d'essai, contrôle...
<b>4ème niveau</b>	travaux importants de maintenance corrective ou préventive	équipe encadrée par un technicien spécialisé	outillage général et spécialisé, matériels d'essais, de contrôle...
<b>5ème niveau</b>	travaux de rénovation, de reconstruction ou réparation importantes confiées à un atelier central	équipe complète et polyvalente	moyens proches de la fabrication



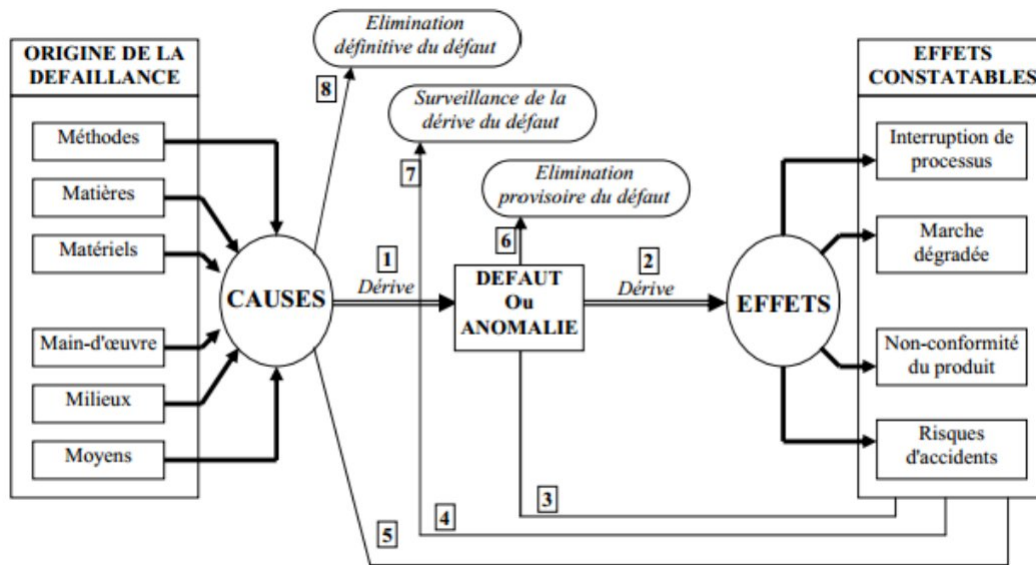


Fig 6: Les différentes attitudes de la fonction maintenance

- Chemin [1]-[2]-[3]-[6] ® Scénario (A): Attitude corrective ® Action sur le défaut
- Chemin [1]-[2]-[4]-[7] ® Scénario (B): Attitude préventive ® Action sur la dérive, en amont du défaut
- Chemin [1]-[2]-[5]-[8] ® Scénario (C): Attitude améliorative ® Action sur la cause initiale

## 8. LES DIVERSES OPTIONS DE LA MAINTENANCE (SELON AFNOR)

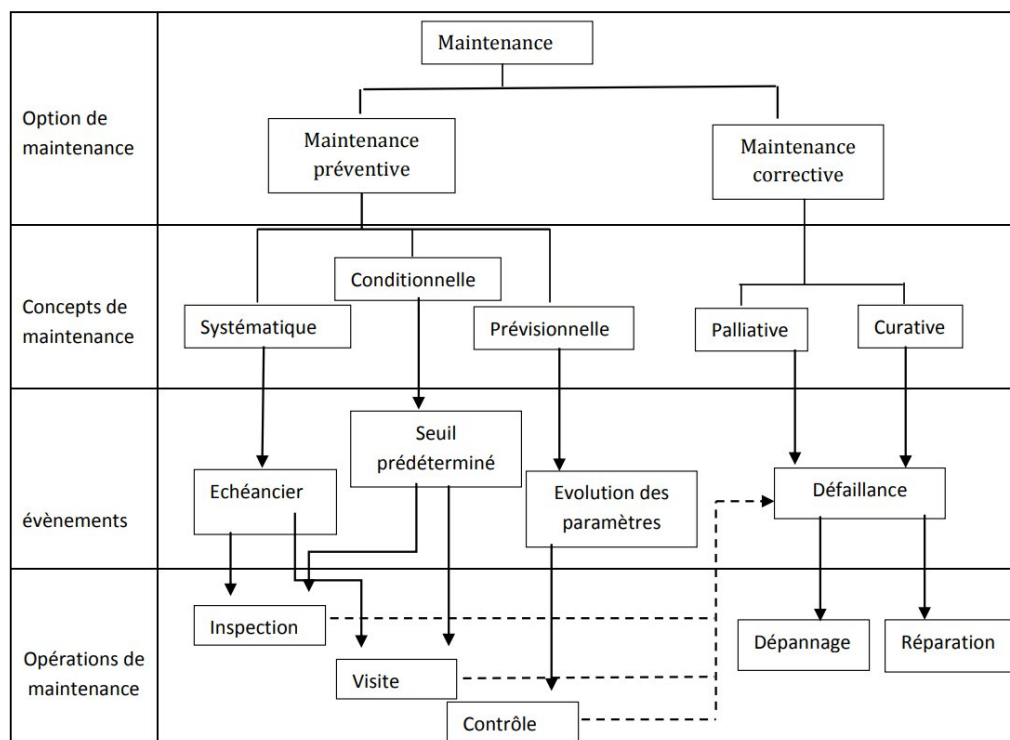
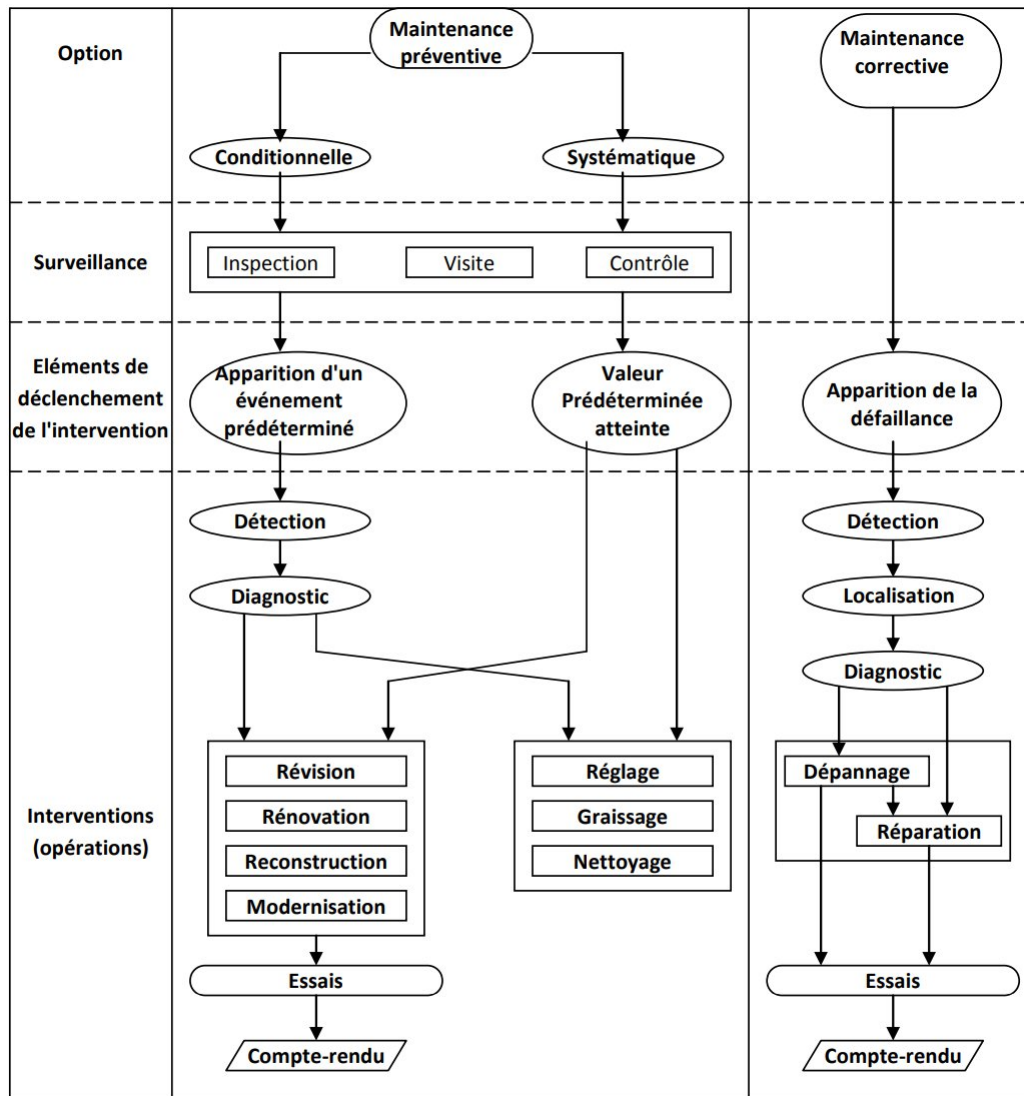




Fig 7: Synoptique des modes de maintenance

## 9. DEROULEMENT DES OPERATIONS DE MAINTENANCE



## 10. DECISION D'APPLICATION D'UN TYPE DE MAINTENANCE

Concernant le choix de l'application de l'un des concepts de maintenance industrielle, la prise de décision est fonction de certaines question devant être posées et qui sont en relation avec: L'incidence de défaillance sur le système de production ; le coût de la panne; la possibilité d'utilisation des technique de surveillance; la rentabilité de ces techniques de surveillance. Les figures 3-4 et 3-5 donnent le choix du concept de maintenance

### Questions :

- 1.Citer les documentations utilisées par les différents intervenants du service maintenance.

2. Donner la différence entre la documentation générale et la documentation stratégique. NB : Citer des exemples pour chaque type de documentation.
3. Définir les différentes tendances de la maintenance dans l'industrie.
4. Donner les termes qui correspondent aux acronymes suivants : DTE, TBF, GMAO, TTR.

### Correction

1. Les intervenants du service maintenance ont besoin d'une documentation stratégiques et de documentation générale pour assurer une meilleure intervention.
2. La documentation générale comprend tous les documents techniques qui ne sont pas affectés à des matériels particuliers, et qui sont nécessaire pour répondre à des questions techniques plus générale (les revus, les articles, les bouquins...). Contrairement, la documentation stratégique nous permet de faire un bon suivi du fonctionnement du matériel pour choisir la bonne stratégie de maintenance, tels que : les fichiers historiques, les dossiers techniques et les plans de maintenance.
3. On a trois types de maintenance : maintenance corrective, maintenance préventive systématique et maintenance préventive conditionnelle.
4. DT : c'est le temps d'arrêt de production (Down Time) TBF : c'est le temps entre deux défaillances (Time Between Failures) GMAO : Gestion de Maintenance Assisté par Ordinateur TTR : Temps de réparation (Time To Repair)

### Exercice

Suite à des pannes répétitives sur deux machines appartenant à une chaîne de production nous avons décidé d'agir sur les natures de pannes et causes de pannes afin de mener une action de maintenance. Le dépouillement des fiches d'historique de pannes (tableau ci-dessous) se fera par la méthode ABC

Nature des pannes	Désignation par famille de pannes	Heures d'arrêt (H)
	Mécanique (moteur)	420
	Electricité (moteur)	320
	Réglage mécanique et changement de pièces mécaniques	815 75
	Pièces de sécurité	790
	Pneumatique	650

	Hydraulique	220
	Organe de commande	200
	Frein	

1) Tracer la courbe ABC des pourcentages de temps d'arrêt cumulé en fonction des natures des pannes

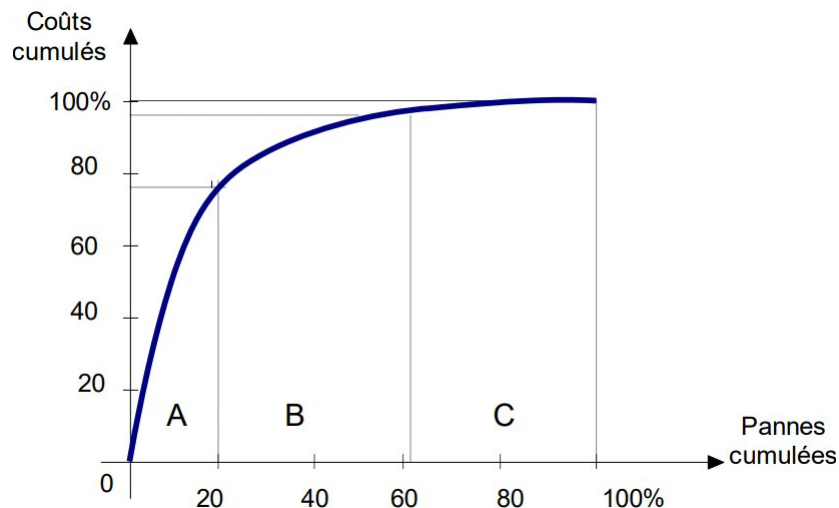
2) Quelle conclusion peut-on tirer ?

### Correction

1/-

	Temps d'arrêt dans l'ordre décroissant (h)	Cumul du temps d'arrêt (h)	% cumul du temps	Rang	Cumul du rang	% cumul du rang
C	815	815	23.35	1	1	2.77
E	790	1605	47.27	2	3	8.33
F	650	2255	64.61	3	6	16.66
A	420	2675	76.64	4	10	27.77
B	320	2995	85.81	5	15	41.66
G	220	3215	92.12	6	21	58.33
H	200	3415	97.85	7	28	77.77
D	75	3490	100	8	36	100

A partir du tableau ci-dessus, on construit le diagramme de Pareto.



Courbe de Pareto 2/- Les cases grises nous donnent les limites des zones A, B et C. Il est donc évident qu'une amélioration de la fiabilité sur les sous-ensembles C, E, F et A peut procurer jusqu'à 76,64% de gain sur les pannes.

### Exercice

1- Compléter la définition normalisée de la maintenance.

D'après l'AFNOR (NF X 60-010) :

La maintenance est un ensemble des actions permettant de ..... ou de ..... un bien dans un ..... ou en mesure d'assurer un ..... . Bien maintenir, c'est assurer ces opérations au .....

2- Donner la différence entre l'entretien et la maintenance.

3- Donner la définition de la défaillance intermittente.

4- Citer cinq tâches assurées par le service maintenance.

5- Expliquer pourquoi les industriels ont besoin de maintenir leurs machines.

### Correction

1) D'après l'AFNOR (NF X 60-010) :

La maintenance est un ensemble des actions permettant de maintenir ou de rétablir un bien dans un état spécifié ou en mesure d'assurer un service déterminé. Bien maintenir, c'est assurer ces opérations au coût optimal ».

2) Entretien, c'est subir le matériel tandis que maintenir c'est maîtriser le matériel.

3) Une défaillance est intermittente lorsque le bien retrouve son aptitude au bout d'un temps limité sans avoir subi d'action corrective externe

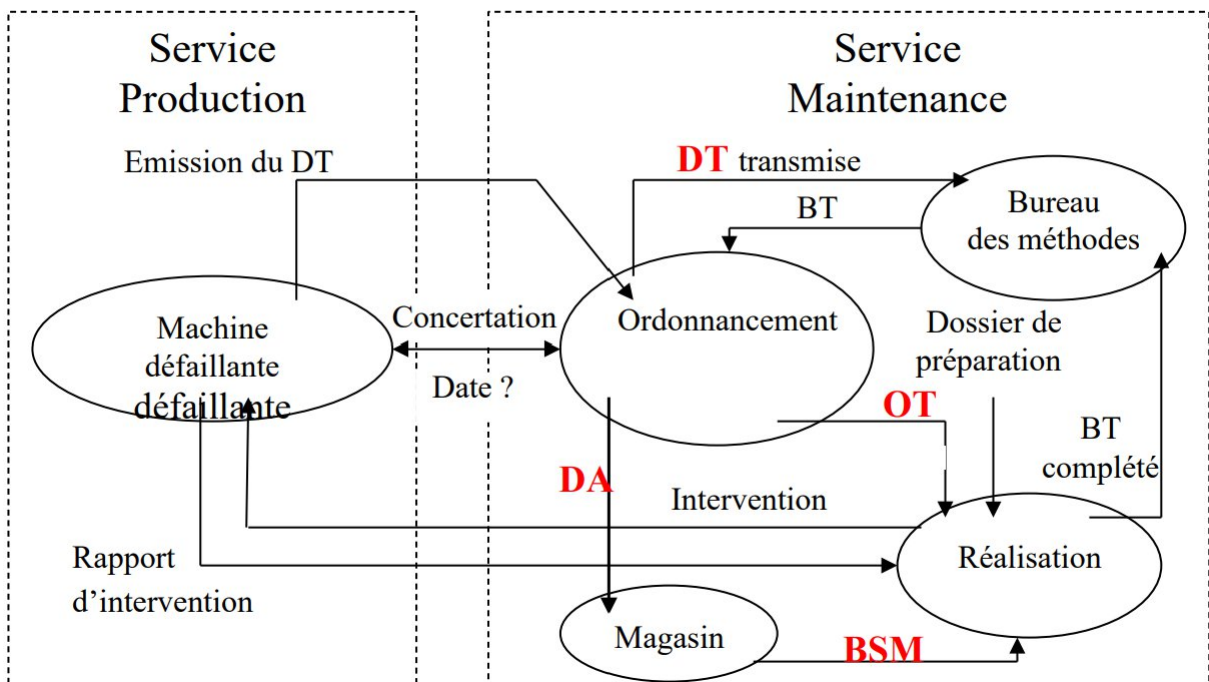
4) La maintenance des équipements. - L'amélioration du matériel. - Les travaux neufs. - L'exécution et la réparation des pièces de rechanges. - L'entretien général des bâtiments administratifs ou industriels, des espaces verts, des véhicules. - Les travaux

concernant l'hygiène, la sécurité, l'environnement et la pollution, les conditions de travail, la gestion de l'énergie.

- 5) Augmenter la disponibilité des machines. - Augmenter la production. - Augmenter la durée de vie des machines. - Augmenter le bénéfice des industriels. - Assurer une production de bonne qualité.

### Exercice

Soit le graphe ci-dessous qui décrit le système de communication relatif à une intervention corrective, entre le moment d'apparition d'une défaillance et la remise à niveau de l'équipement défaillant.



- a/- Donner les termes qui correspondent aux acronymes suivants : DT, OT, BT, DA, BSM.  
b/- Expliquer le graphe ci-dessus en citant les étapes de déroulement d'une intervention corrective tout en respectant l'ordre chronologique.

### Correction

a/

- DT : Demande de Travail.
- OT : Ordre de Travail.
- BT : Bon de Travail.

- BT : Bon de Travail.
- DA : Demande d'Approvisionnement.
- BSM : Bon de Sortie de Magasin.

b/

- Lorsqu'une machine tombe en panne, le service production émet une demande de travail à l'ordonnancement du service maintenance.
- L'ordonnancement transmet cette demande au bureau des méthodes.
- Après avoir localisé et déterminé l'(ou les) organe(s) défaillant(s), le bureau des méthodes lance un bon de travail pour l'ordonnancement et transmet le dossier de préparation au technicien de maintenance qui va exécuter la réparation.
- Avant de partir sur site, l'ordonnancement doit préparer une demande d'approvisionnement pour le technicien. Cette demande lui permettra de recevoir les pièces de rechange du magasin. Lors de la réception, le technicien recevra un bon de sortie de magasin.
- Après la réception des pièces de rechange, le technicien entamera la procédure de réparation. A la fin de l'intervention, le technicien doit mettre en marche la machine pour s'assurer de l'efficacité de réparations exécutées.
- Après avoir terminé l'exécution des réparations, le technicien doit transmettre le rapport de l'intervention au bureau des méthodes pour le classer dans l'historique.
- Finalement la production doit informer l'ordonnancement de la reprise de l'exploitation de la machine.

### **Exercice**

Indiquer pour chaque intervention la méthode de maintenance correspondante

Interventions	Maintenance corrective		Maintenance Préventive		Maintenance améliorative
	Dépannage	Réparation	Systématique	Conditionnelle	
Vidange tous les 10000 Km					
Remise à neuf d'une machine					
Changer un cardan					
Changer un filtre avec indicateur de colmatage					
Changer un roulement défaillant					
Modernisation d'une chaîne de production					
Echanger une roue crevée					
Remplacer un roulement suite à un test d'analyse vibratoire					

## Solution

Interventions	Maintenance corrective		Maintenance Préventive		Maintenance améliorative
	Dépannage	Réparation	Systématique	Conditionnelle	
Vidange tous les 10000 Km			<b>x</b>		
Remise à neuf d'une machine					<b>x</b>
Changer un cardan		<b>x</b>			
Changer un filtre avec indicateur de colmatage				<b>x</b>	
Changer un roulement défaillant		<b>x</b>			
Modernisation d'une chaîne de production					<b>x</b>
Echanger une roue crevée	<b>x</b>				
Remplacer un roulement suite à un test d'analyse vibratoire				<b>x</b>	

## Exercice : Coût de la Maintenance Énoncé :



Une usine est composée de 3 lignes identiques (ensembles d'équipements qui assurent des productions semblables) qui marchent en continu. D'autres usines semblables existent en plusieurs points du territoire. Le 1er octobre 2003, à 11 heures, un incident grave survient sur le moteur de la ligne N°3.

Ce moteur doit impérativement être démonté et envoyé chez le réparateur, installé à 860 kilomètres de l'usine. Ce moteur étant réputé très fiable (c'est la 2ème panne qui survient en 5 ans), il n'y a qu'un seul moteur de rechange pour tout le pays, stocké dans les ateliers généraux de l'entreprise, à 920 kilomètres de l'usine. Au moment de la panne, la ligne N°2 est à l'arrêt pour grande révision et le moteur correspondant est disponible pour une durée limitée (6 jours ouvrés). Deux solutions s'offrent donc au responsable maintenance.

- 1ère solution : attendre que le moteur en stock parvienne à l'usine pour procéder au changement tout en expédiant immédiatement le moteur défaillant chez le réparateur.
- 2ème solution : déposer immédiatement le moteur de la ligne N°2 pour le poser sur la ligne N°3 et envoyer le moteur défaillant chez le réparateur tout en faisant venir le moteur de rechange qui sera monté sur la ligne N°2 à son arrivée. N.B. Dans les 2 hypothèses, l'intervention pourra débuter au plus tôt le 1er octobre à 12 heures (il faut 1 heure au responsable pour prendre sa décision et organiser le travail). **DONNEES :**

- Caractéristiques du moteur :  $P = 4750 \text{ KW}$  ;  $N = 990 \text{ tr/min}$  ;  $U = 6600\text{V}$  ;  $M = 22000\text{Kg}$  ;  $I_n = 480 \text{ A}$

- Coût du transport : par camion en convoi exceptionnel

- Départ usine destination le réparateur : 4116€ (durée prévue du transport y compris chargement et déchargement : 86 heures, départ le 2 octobre 2000 à 7 heures)

- Départ ateliers généraux destination usine : 4373€ (durée prévue du transport y compris chargement et déchargement : 92 heures, départ le 1er octobre 2000 à 15 heures).

- **Temps d'intervention**

- Dépose du moteur : 6 heures

- Pose du moteur : 6 heures

- Transport moteur de la ligne 2 à la ligne 3 : 135 minutes.

- Coût de l'heure agent de maintenance pour l'entreprise

- Horaire normal (6h\_20h) : 36,20€ - Horaire "nuit" (20h\_6h) : 56,60€

- **Equipes d'intervenants**



- Pose ou dépose : 3 agents travaillant simultanément
- Transport de la ligne 2 vers la ligne 3 : 4 agents
- Plusieurs équipes pourront travailler en même temps en cas de besoin.

• **Coût de la réparation**

- Le réparateur évalue le montant de la réparation à 30337€, livraison aux ateliers généraux comprise, mais il faudra procéder à une expertise sur le rotor.
- Si celui-ci doit être changé, la facture pourrait s'élever à 68602€

• **Coût de l'indisponibilité**

- La perte d'une heure de production coûte à l'entreprise 6098 euros.
- On admettra que la production normale pourra reprendre immédiatement après la fin des interventions

**Travail demandé :**

- ✓ Quelle décision prenez-vous ? Argumentez votre décision.
- ✓ Calculer le coût de défaillance des 2 solutions.

**Solution :**

Calcul le temps d'indisponibilité

**1<sup>er</sup> Solution :** Temps d'indisponibilité = 1h (il faut 1h au responsable pour prendre sa décision et organiser le travail) + 3h (la durée entre l'heur de l'incident (11h.00) et le départ a (15.00)) + 92h (durée prévue du transport) + 6h (pose du moteur) = 102 heures

**2<sup>eme</sup> Solution :** Temps d'indisponibilité = 1h (il faut 1h au responsable pour prendre sa décision et organiser le travail) + 135 min (transport du moteur de la ligne 2 a la ligne 3) + 6h (pose du moteur) + 6h (dépose du moteur) = 15.15 heures

Calcul le temps d'intervention du service maintenance

**1er Solution :** Temps d'intervention du service maintenance = 6h (dépose du moteur défaillant) h (pose du moteur remplacé) =12h (12heurs x 3agents = 36 heures)

**2eme Solution :** Temps d'intervention du service maintenance= 6h (dépose du moteur défaillant de la ligne 3) + 6h (dépose du moteur de la ligne 2) + 6h (pose du moteur remplacé sur la ligne 3) + 6h (pose du moteur sur la ligne 2) + 135 min ou 2.15 h (transport du moteur de la ligne 2 a la ligne 3) = (24heurs x 3agents) + (2.15heurs x 4 agents) = 81 heures

Calcul les coûts de la maintenance

Coût maintenance	Solution 1	Solution 2
Coût de Main d'œuvre	36 heures x 36.20 = 1303.2 €	81heuresx36.20= 2932.2 €
Coût de Réparation	30337 + 68602 = 98939 €	30337 + 68602 = 98939€
Coût d'Indisponibilité	6098 x 102 = 621996 €	6098x15.15=92384.7€
Coût d'Expédition	6098 x 102 = 621996 €	4116 + 4373 = 8489 €
Coût de Maintenance Total	726354.2 €	199144.9 €

## **Chapitre II**

### **Application des méthodologies de sureté de fonctionnement (fiabilité, maintenabilité, Disponibilité, sécurité)**

## **Chapitre II**

### **II. Application des méthodologies de sureté de fonctionnement (- fiabilité, - maintenabilité, -Disponibilité,- sécurité)**

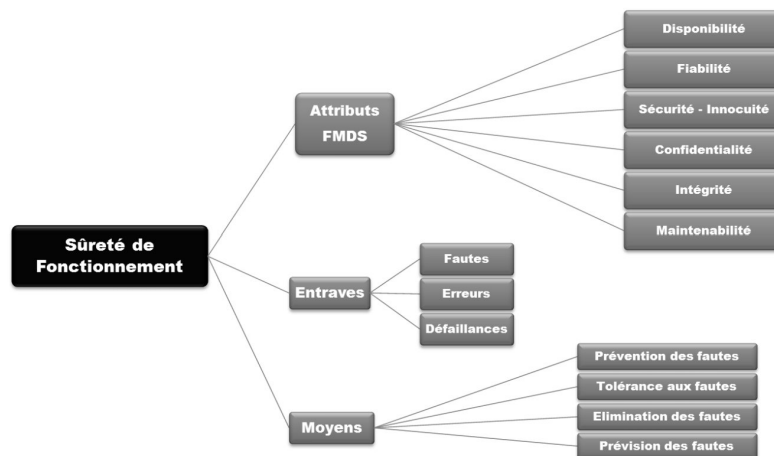


Figure 1. Méthodologies de sûreté de fonctionnement

### a) Sûreté de Fonctionnement

Les attributs FMDS sont définis de la façon suivante :

- **Fiabilité** : probabilité que le système soit non défaillant sur  $[0, t][0, t]$
- **Maintenabilité** : probabilité que le système soit réparé sur  $[0, t][0, t]$
- **Disponibilité** : probabilité que le système fonctionne à l'instant  $t$
- **Sécurité** : probabilité d'éviter un évènement catastrophique

### b) Dependability and Security

Il existe souvent une confusion entre les termes fiabilité et disponibilité. La fiabilité est l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant un intervalle de temps donné. En terme de mesure, c'est la probabilité qu'une entité accomplisse une fonction requise dans les conditions données pendant l'intervalle de temps  $[0, t][0, t]$ . Un élément fiable est un élément qui ne doit pas nous lâcher lorsque nous en avons besoin, mais nous ne lui demandons pas de tourner 24h/24. Prenons l'exemple d'une ampoule électrique. Lorsque nous l'allumons, nous souhaitons qu'elle éclaire jusqu'à extinction. La fiabilité est la probabilité que l'ampoule soit en état de fonctionner à l'instant  $t_1$  et qu'elle reste dans un fonctionnement correct jusqu'à l'instant  $t_2$ , soit sur l'intervalle de temps  $[t_1, t_2][t_1, t_2]$ , sachant que la plupart du temps on prend  $t_1=0, t_2=t$ .

La disponibilité est l'aptitude à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données, à un instant donné, en supposant que la fourniture des moyens extérieurs nécessaires soit assurée. Elle prend en compte à la fois la fiabilité et la maintenabilité. La

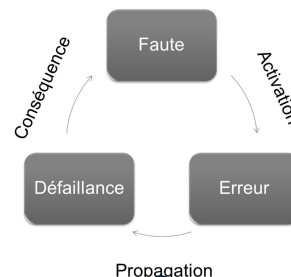
disponibilité se mesure comme la probabilité qu'une entité soit en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données à l'instant  $t$ . Cette probabilité ne fait pas appel à l'histoire de l'entité, qu'elle ait été ou non réparée une ou plusieurs fois avant l'instant  $t$ . Pour un système non réparable, la disponibilité est égale à la fiabilité, et d'une manière générale  $A(t) \geq R(t)$ . Un élément disponible (fiable et maintenable) est un élément qui doit tourner 24h/24 et pour lequel on peut accepter une faiblesse de la fiabilité dans des proportions définies. Par exemple, une voiture doit fonctionner à l'instant du besoin, l'historique importe peu.

La maintenabilité est, dans des conditions données d'utilisation, l'aptitude (la probabilité) d'une entité à être maintenue ou remise en service sur un intervalle donné de temps, dans un état dans lequel elle peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données avec des procédures et des moyens prescrits.

De nombreux éléments rentrent en compte dans l'amélioration de la maintenabilité. Depuis la détection jusqu'à la réparation en passant par la formation et la documentation, tous les éléments doivent être analysés. La maintenabilité a une influence directe sur la disponibilité comme le montre la formulation mathématique de la disponibilité :  $A = \frac{MUT}{MUT + MDT}$  sachant que  $MUT$  est la durée moyenne de bon fonctionnement après réparation et  $MDT$  est la durée moyenne de défaillance.

Une politique de maintenance est définie en identifiant clairement :

- Les niveaux de maintenance
- Les responsables de chaque tâche de maintenance
- Le niveau de diagnostic auquel on s'intéresse : sous-ensemble matériel, sous-ensemble logiciel
- Les entraves sont représentées par la trilogie faute, erreur et défaillance.



Fifure 2. Défèrent étapes

### c) Trilogie des Entraves

La Faute est la cause interne de la défaillance. Elle peut être introduite par le concepteur, l'utilisateur ou l'environnement. Elle est inévitable, naturelle, tolérable. On pourrait être amené à se poser les questions suivantes :

Qui ?	Physique / Humaine
Pourquoi ?	Accidentelle / Intentionnelle
Quand ?	Développement / Opérationnelle
Où, d'où ?	Hw / Sw, Interne / Externe
Combien de temps ?	Permanente / Temporaire

L'erreur est une manifestation interne, un signal ou un état incorrect. Elle conduira ou non à une défaillance suivant :

- Si la redondance existe et de quelle nature elle est
- L'activité du système, car la partie erronée peut ne pas être utilisée ou peut être éliminée avant la défaillance
- La définition d'une défaillance (granularité temporelle, taux d'erreur acceptable...)

La défaillance est la cessation de l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise.

Prenons un exemple dans le domaine du développement. Un programmeur se trompe dans l'écriture d'une ligne de son code. Il a implanté une faute dans son programme. Cette ligne de code est exécutée, elle écrit une donnée erronée en mémoire. On est, alors, en présence d'une erreur. L'utilisateur accède à cette donnée, le système lui fournit une information erronée, et n'assure donc pas son service conformément à ce qui lui est demandé. C'est la défaillance.

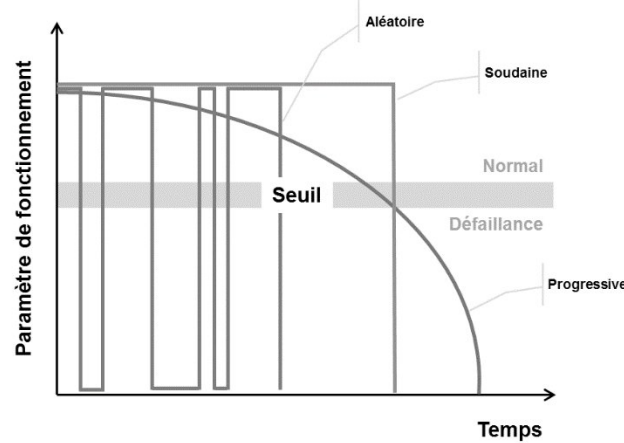


Figure 3. Rapidité d'apparition des défaillances

Les défaillances peuvent être classées par leur rapidité d'apparition (progressive, aléatoire, soudaine) ou par leur date d'apparition (forme en baignoire).

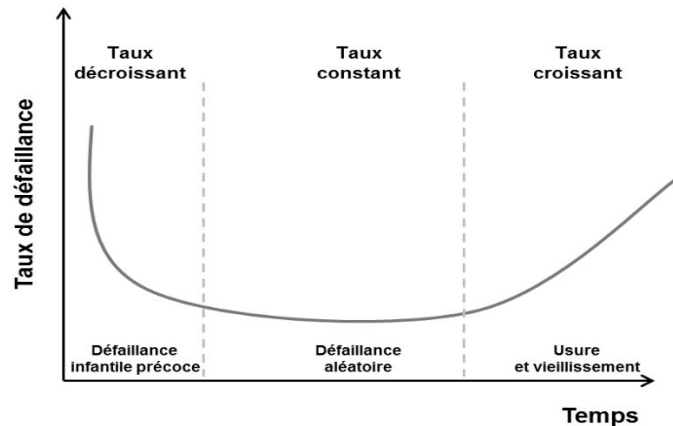


Figure 4. Taux de défaillances

#### d) Évolution du taux de défaillance

Elles peuvent également être classées par leurs effets :

- Défaillance mineure : elle nuit au bon fonctionnement en causant un dommage négligeable au système ou à son environnement. Il n'y a pas de risque humain.
- Défaillance significative : elle nuit au bon fonctionnement sans dommage notable. Il n'y a pas de risque humain important.
- Défaillance critique : on note une perte de ou des fonctions essentielles du système. Les dégâts sont importants sur le système ou son environnement. Il n'y a pas de risque mortel ou de blessure pour l'homme.
- Défaillance catastrophique : elle induit une perte de ou des fonctions essentielles du système. Les dégâts sont importants sur le système ou son environnement. Il y a un risque mortel ou un risque de blessures graves pour l'homme.

On peut également classer les défaillances par leurs causes :

- Défaillance primaire (ou première) d'une entité, dont la cause directe ou indirecte n'est pas la défaillance d'une autre entité
- Défaillance secondaire (ou seconde) d'une entité, dont la cause directe ou indirecte est la défaillance d'une autre entité, l'entité devenant alors indisponible (nécessité de réparation) après disparition de la cause
- Défaillance par (de) commande d'une entité, dont la cause directe ou indirecte est la défaillance d'une autre entité, mais elle redevient disponible après disparition de la cause

Les moyens de la Sûreté de Fonctionnement, sont des solutions éprouvées pour casser les enchaînements dans la trilogie faute, erreur et défaillance :

- Prévention de faute, pour éviter des fautes qui auraient pu être introduites pendant le développement du système
- Tolérance aux fautes, pour mettre en place des mécanismes qui maintiennent le service fourni par le système, même en présence de fautes. On accepte dans ce cas un fonctionnement dégradé
- Élimination de faute qui peut être divisée en 2 catégories :
  - Élimination pendant la phase de développement
  - Élimination pendant la phase d'utilisation
- Prévision de faute, pour anticiper les fautes (de manière qualitative ou quantitative) et leur impact sur le système

C'est le domaine de la prévision qui va nous intéresser le plus avec des outils comme :

- Approche qualitative:
  - Analyse préliminaire des risques (APR)
  - Détermination des conséquences (AMDEC)
  - Identification des causes (Arbres de défaillances)
- Approche quantitative (probabiliste)
  - Arbres de défaillances (Traitement mathématique)
  - Bloc Diagramme de Fiabilité (BDF), ou Diagramme de Fiabilité ou Reliability Block Diagram (RDB)
  - Chaînes de Markov
  - Réseau de Petri
  - Modèles de croissance de fiabilité

## II. 1. Conception de base FMD et sûreté de fonctionnement

La sûreté de fonctionnement (appelée aussi la science des défaillances) « Ensemble des aptitudes d'un produit qui lui permettent de disposer des performances spécifiées, au moment voulu, pendant la durée prévue, sans dommage pour lui-même et son environnement ». Les composantes de la sûreté de fonctionnement sont :

La fiabilité : Aptitudes d'un bien à accomplir une fonction requise, dans des conditions d'utilisation données, durant un intervalle de temps donné.  $R(t) = P \{S \text{ non défaillant sur}$



l'intervalle  $[0, t]$  } : C'est la probabilité qu'un système S fonctionne sans subir de panne sur l'intervalle  $[0, t]$ .

Fonction requise : ou accomplir une mission ou rendre le service attendu. La définition de la fonction requise implique un seuil d'admissibilité en deçà duquel la fonction n'est plus remplie.

Conditions d'utilisation : définition des conditions d'usage, c'est à dire l'environnement et ses variations, les contraintes mécaniques, chimiques, physiques, etc.

Il est évident que le même matériel placé dans 2 contextes de fonctionnement différents n'aura pas la même fiabilité.

Période de temps donnée : définition de la durée de mission T en unités d'usage.

On distingue la fiabilité opérationnelle : c'est la fiabilité mesurée sur des dispositifs en exploitation normale. Elle dépend des conditions réelles d'utilisation et du support logistique.

Remarque : Le temps de bon fonctionnement MTBF reflète la fiabilité, revient à dire améliorer la fiabilité, c'est augmenter le temps de bon fonctionnement, c'est-à-dire diminuer le taux de panne  $\lambda(t)$ . Généralement, améliorer la fiabilité c'est : Faire une bonne maintenance préventive.

Si  $R(t)$  est la probabilité de ne rencontrer aucune défaillance dans l'intervalle  $[0, t]$  sachant que le système est non défaillant à  $t = 0$ , le terme  $1 - R(t)$  représente la probabilité que la défaillance se produise entre  $[0, t]$ . L'aptitude contraire de la fiabilité est appelée dé fiabilité notée :

$F(t)$ , et est définie par :

**$F(t) = 1 - R(t) = P(t \leq T)$  On aura donc :  $R(t) + F(t) = 1$**

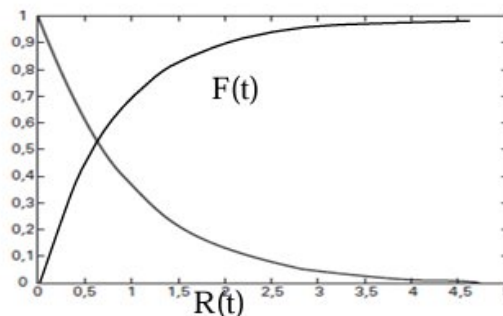


Figure 5 : Courbes de la fiabilité  $R(t)$  et le dé fiabilité  $F(t)$

La figure 4 représente une allure de la fiabilité  $R(t)$  en fonction du temps pour une loi exponentielle définie par

**$R(t) = \exp(-\lambda t)$  avec  $t > 0$  et  $\lambda > 0$ .**

**II. 2. La maintenabilité** : Dans des conditions données d'utilisation, aptitudes d'un bien à être maintenu ou rétabli dans un état où il peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, en utilisant des procédures et des moyens prescrits.

$$M(t) = P \{S \text{ est réparé sur l'intervalle } [0, t] \}$$

La Maintenabilité correspond à la probabilité contraire, soit :

$$(t) = 1 - M(t) = 1 - P (S \text{ non réparé sur la durée } [0, t]).$$

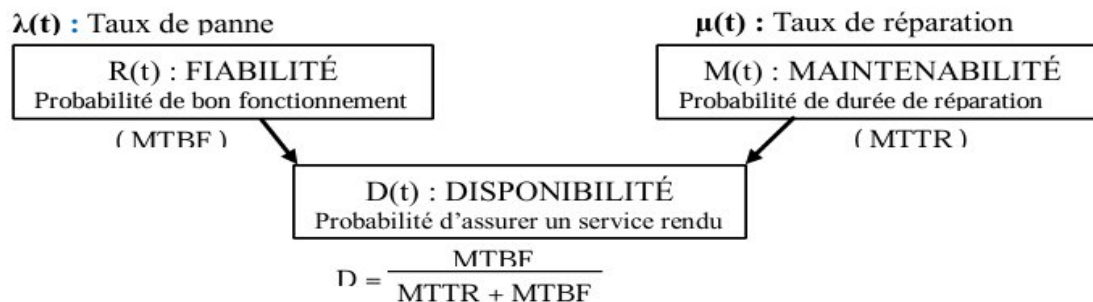
**II. 3. La disponibilité** : Aptitudes d'un bien à être en état d'accomplir une fonction requise, dans des conditions données, à un instant donné ou durant un intervalle de temps donné, en supposant que la fourniture des moyens externes est assurée.  $A(t) = P \{S \text{ non défaillant sur l'instant } t\}$

L'aptitude contraire est appelée indisponibilité et est définie par  $\overline{A(t)} = 1 - A(t)$

On distingue :

La disponibilité intrinsèque

La disponibilité opérationnelle :



## II.4. Concepts Généraux de la Fiabilité

**II.4.1 Définition** : La fiabilité caractérise l'aptitude d'un système ou d'un matériel à accomplir une fonction requise dans des conditions données pendant un intervalle de temps donné.

### II.4.2 Fiabilité et problématique :

La fiabilité a sans doute pris son développement depuis la dernière guerre mondiale. Elle est vite devenue une science à part entière dans les applications appartenant à de nombreux domaines. Elle a pour fondements mathématiques la statistique et le calcul des probabilités qui sont nécessaires à la compréhension et à l'analyse des données de fiabilité. La défaillance (la non fiabilité) augmente les coûts d'après-vente (application des garanties, frais

judiciaires,...etc.). Construire plus fiable augmente les coûts de conception et de production, en pratique, le coût total d'un produit prend en compte ces deux tendances.

#### II.4.2.1. Fonction de fiabilité $R(t)$ – Fonction de défaillance $F(t)$ :

Considérons un matériel dont on étudie la fiabilité. Soit  $Z$  la variable aléatoire qui à chaque matériel associe son temps de bon fonctionnement. On choisi un de ces matériels au hasard. Soit les événements  $A$  : « Le matériel est en état de bon fonctionnement à l'instant  $t$  » et  $B$  : « Le matériel est défaillant à l'instant  $t + \Delta t$  » On a alors :

$$p(A) = p(T > t) \quad \text{et} \quad p(B) = p(T \leq t + \Delta t)$$

$$\begin{aligned} \text{Donc} \quad p(A \cap B) &= p(t < T < t + \Delta t) \\ &= F(t + \Delta t) - F(t) \\ &= (1 - R(t + \Delta t)) - (1 - R(t)) \\ &= R(t) - R(t + \Delta t) \end{aligned}$$

Donc :

$$p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)}$$

On appelle fonction de défaillance la fonction  $F$  définie pour tout  $t \geq 0$

$F(t) = P(T \leq t)$  Le nombre  $F(t)$  représente la probabilité qu'un dispositif choisi au hasard ait une défaillance avant l'instant  $t$ . La figure I.1 donne l'allure de cette fonction.

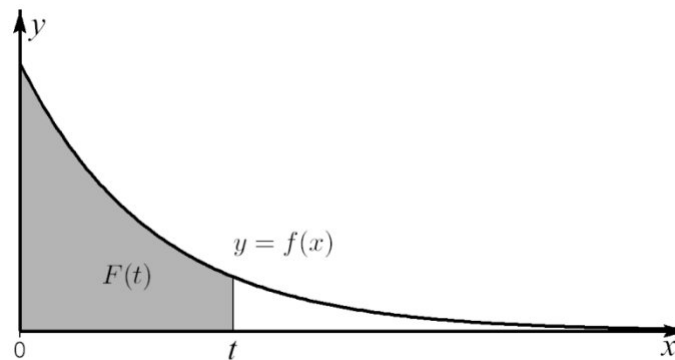


Figure 6. Fonction de défaillance

Cette fonction nous amène naturellement une fonction associée : la fonction de fiabilité  $R$  définie pour tout  $t \geq 0$  par :  $R(t) = 1 - F(t)$ . Le nombre  $R(t)$  représente la probabilité qu'un dispositif choisi au hasard dans la population n'ait pas de défaillance avant l'instant  $t$ . La figure I.2 montre les deux fonctions associées.

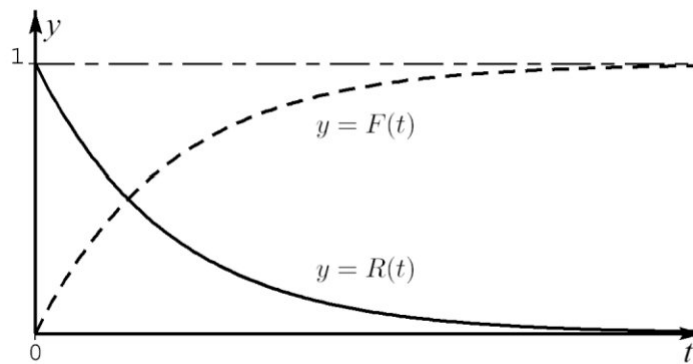


Figure 7. Fonction associée

Le taux d'avarie moyen dans l'intervalle de temps  $[t, t+]$  est alors :

$$\frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)} \times \frac{1}{\Delta t}$$

#### II.4.2.2. Taux de défaillance instantané :

C'est la probabilité ( $0 \leq R \leq 1$ ) ; un produit doit accomplir de manière satisfaisante une fonction requise, sous des conditions données et pendant une période de temps donné. L'écriture mathématique du taux de défaillance à l'instant  $t$ , noté  $\lambda(t)$ , défini sur « R » est la suivante :

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)} \right)$$

Physiquement le terme  $\lambda(t) \cdot \Delta t$ , mesure la probabilité qu'une défaillance d'un dispositif se produise dans l'intervalle de temps  $[t, t + \Delta t]$  sachant que ce dispositif a bien fonctionné jusqu'à l'instant  $t$  :

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= - \frac{dR(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R(t)} \\ &= \frac{dF(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R(t)} \\ &= \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1 - R(t)} \end{aligned}$$

où  $R$  est la fonction de fiabilité de ce matériel. On est alors amené à résoudre une équation différentielle du 1er ordre. En effet si  $\lambda$  est connu, la résolution de l'équation différentielle linéaire du 1er ordre :

Donne la fonction de fiabilité R du matériel. On déduit alors la fonction de défaillance F qui est la fonction de répartition de la variable Z puis la densité de probabilité f de Z qui est la dérivée de F. On est alors amené à résoudre une équation différentielle du 1er ordre. En effet si  $\lambda$  est connu, la résolution de l'équation différentielle linéaire du 1er ordre :

$$R'(t) + \lambda(t)R(t) = 0, \quad R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(x)dx} \quad \text{et} \quad F(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(x)dx}$$

où R est la fonction de fiabilité de ce matériel.

#### II.4.2.3. Indicateurs de fiabilité ( $\lambda$ ) et (MTBF) :

Précédemment le taux de défaillance  $\lambda$  a été défini par des expressions mathématiques a travers un calcul de probabilité. On peut également l'exprimé par une expression physique.

Il caractérise la vitesse de variation de la fiabilité au cours du temps. La durée de bon fonctionnement est égale à la durée totale en service moins la durée des défaillances. durée total de bon fonctionnement nombre total de défaillances pendant le service

$\lambda = \text{nombre total de défaillance pendant le service} / \text{durée total de bon fonctionnement}$

#### II.4.2.4. Temps moyen de bon fonctionnement :

Le MTBF (Mean Time Between Failure) est souvent traduit comme étant la moyenne des temps de bon fonctionnement mais représente la moyenne des temps entre deux défaillances. En d'autres termes, Il correspond à l'espérance de la durée de vie t.

$$MTBF = \int_0^{\infty} R(t)$$

Physiquement le MTBF peut être exprimé par le rapport des temps

MTBF =somme des temps de fonctionnement entre les (n) défaillances/ nombre d'intervention de maintenance avec immobilisation

Si  $\lambda$  est constant :  $MTBF = 1/\lambda$

Par définition le MTBF est la durée de vie moyenne du système.

Exemple : un compresseur industriel a fonctionné pendant 8000 heures en service continu avec 5 pannes dont les durées respectives sont : 7 ; 22 ; 8,5 ; 3,5 et 9 heures. Déterminer son MTBF.

$MTBF = 8000 - (7 + 22 + 8.5 + 3.5 + 9) / 5 = 1590 \text{ heures}$

Et si  $\lambda$  est supposé constant  $\lambda = (1/MTBF) = 6.289 \cdot 10^{-4} \text{ défaillances/heure}$

La courbe ci-dessous montre l'évolution du taux des défaillances pour les différentes entités.

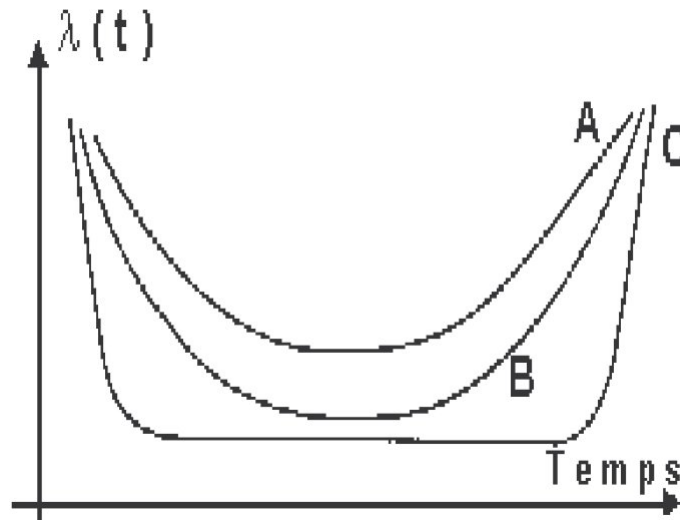


Figure 8. Courbes caractéristiques du taux de défaillance

Les courbes du taux de défaillance, (figure 8) ont une même forme générale dite en baignoire, mais présentent néanmoins des différences suivant la technologie principale du système étudié :

A. en mécanique.

B. en électromécanique.

C. en électronique ou électrotechnique.

#### II.4.2.5. Taux de défaillance pour des composants électroniques :

L'expérience a montré que pour des composants électroniques la courbe, représentant le taux de défaillance en fonction du temps  $t$ , a la même allure que la courbe en baignoire (figure 8). Elle est donc composée de trois phases :

##### 1-Phase 1

La première phase définit la période de jeunesse, caractérisée par une décroissance rapide du taux de défaillance. Pour un composant électronique cette décroissance s'explique par l'élimination progressive de défauts dus aux processus de conception ou de fabrication mal maîtrisé ou à un lot de composants mauvais. Cette période peut être minimisée pour les composants vendus aujourd'hui.

##### 2-Phase 2

La deuxième phase définit la période de vie utile généralement très longue. Le taux de défaillance est approximativement constant. Le choix de la loi exponentielle, dont la propriété principale est d'être sans mémoire, est tout à fait satisfaisant. Les pannes sont dites aléatoires,

Leur apparition n'est pas liée à l'âge du composant mais à d'autres mécanismes d'endommagement.

### 3-Phase 3

La dernière phase est la période de vieillissement, elle est caractérisée par une augmentation progressive du taux de défaillance avec l'âge du dispositif. Ceci est expliqué par des phénomènes de vieillissement tels que l'usure, l'érosion, etc. Cette période est très nettement au-delà de la durée de vie réelle d'un composant électronique.

**exercice 1** : Soit un poste de radio constitué de quatre composants connectés en série, une alimentation  $R_A=0.95$ , une partie récepteur  $R_B=0.92$  ; un amplificateur  $R_C=0.97$  et haut-parleur  $R_D= 0.89$  ; déterminer la fiabilité  $R_S$  de l'appareil.  $R_S= R_A \cdot R_B \cdot R_C \cdot R_D=0.95 \times 0.92 \times 0.97 \times 0.89=0.7545$  (soit une fiabilité de 75% environ)

**exercice 2** : Soit une imprimante constituée de 2000 composants montés en série supposés tous de même fiabilité, très élevée  $R= 0.9999$ , Déterminer la fiabilité de l'appareil.

$R(s)= R^n=0.9999^{2000}= 0.8187$  (soit une fiabilité de 82 % environ)

Si on divise par deux le nombre des composants  $R(s)= R^n=0.9999^{1000}=0.9048$  (environ 90.5%)

Si on souhaite avoir une fiabilité de 90 % pour l'ensemble des 2000 composants montés en série, déterminons la fiabilité que doit avoir chaque composant  $R_S=0.9000=R^{2000}$

Expression que l'on peut écrire, à partir des logarithmes népériens sous la forme  $\ln R_S \ln 0.9=2000 \ln R$  d'où  $R=0.999945$

**Exercice 3** : Une machine de production dont la durée totale de fonctionnement est de 1500 heures, se compose de quatre sous-systèmes A, B, C et D montés en série et ayant les MTBF respectifs suivants :  $MTBF_A = 4500$  heures  $MTBF_B= 3200$  heures  $MTBF_C= 6000$  heures  $MTBF_D= 10500$  heures. Déterminons les taux de pannes et le MTBF global (MTBFS)

a) Taux de pannes de l'ensemble

$$\lambda_A = \frac{1}{MTBF_A} = \frac{1}{4500} = 0.000222 \text{ défaillance par heure} = 0.222 \text{ pour 1000 heures}$$

$$\lambda_B = \frac{1}{MTBF_B} = \frac{1}{3200} = 0.000313 \text{ défaillance par heure} = 0.313 \text{ pour 1000 heures}$$

$$\lambda_C = \frac{1}{MTBF_C} = \frac{1}{6000} = 0.000167 \text{ défaillance par heure} = 0.167 \text{ pour 1000 heures}$$

$$\lambda_D = \frac{1}{MTBF_D} = \frac{1}{10500} = 0.000095 \text{ défaillance par heure} = 0.095 \text{ pour 1000 heures}$$

Le taux de défaillance global  $\lambda_S = \lambda_A \cdot \lambda_B \cdot \lambda_C \cdot \lambda_D = 0.000797$  par heure

La fiabilité globale s'écrit :  $R_S = e^{-0.000797t} = e^{-0.000797 \cdot 1500} = 0.303(30.3\%)$

**Remarque :** Si on divise par deux la durée de fonctionnement de la machine (750 heures)

La fiabilité globale s'écrit :  $R(750) = e^{-0.000797t} = e^{-0.000797 \cdot 750} = 0.550(55\%)$

**b) la MTBF de l'ensemble :**

$MTBF_S = (1/\lambda_S) = (1/0.000797) = 1255$  heures, Soit un temps de 1255 heures entre deux défaillances

**c) Quelle est la probabilité que le système parvienne sans pannes jusqu'à 5000 heures**

$R(5000) = e^{-0.000797t} = e^{-0.000797 \cdot 5000} = 0.0186(0.2\%)$

### En parallèle

La fiabilité d'un système peut être augmentée en plaçant les composants en parallèle. Un dispositif constitué de n composants en parallèle ne peut tomber en panne que si les n composants tombent en panne au même moment. Si  $F_i$  est la probabilité de panne d'un composant, la fiabilité associée  $R_i$  est son complémentaire :  $F_i = 1 - R_i$

$F_i$  représentant la fiabilité associée.

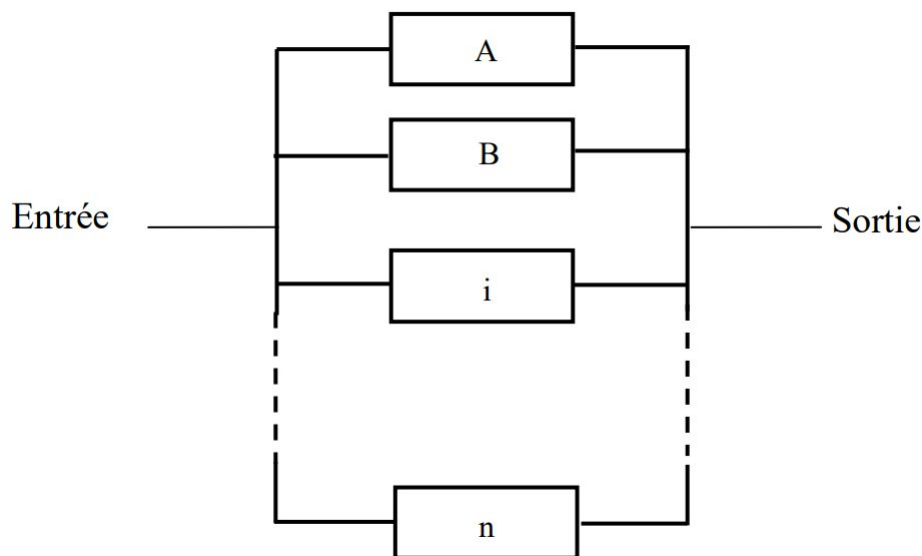


Figure 10. Composants en parallèle.

Soit les "n" composants de la figure ci-dessous montés en parallèle. Si la probabilité de panne pour chaque composant repéré (i) est notée  $F_i$  alors:  $R(s) = 1 - (1 - R)^n$



Le cas particulier de deux dispositifs en parallèle si  $\lambda$  est constant RS est obtenu par :

$$R_S = 1 - (1 - R_A) \cdot (1 - R_B) = R_A + R_B - R_A R_B = e^{-\lambda_A t} + e^{-\lambda_B t} - e^{-(\lambda_A + \lambda_B)t}$$

Exemple : Trois dispositifs A, B et C de même fiabilité  $R_A = R_B = R_C = 0.75$  sont connectés en parallèle a) Déterminons la fiabilité la fiabilité de l'ensemble

$$R_S = 1 - (1 - 0.75)^3 = 0.984$$

Si on réduit le nombre des composants à deux

$$R_S = 1 - (1 - 0.75)^2 = 0.9375$$

Si on met quatre dispositifs en parallèle

$$R_S = 1 - (1 - 0.75)^4 = 0.99961$$

b) Quel nombre de diapositif en parallèle faudrait-il mettre pour avoir une fiabilité globale de 0,999 (99,9%)  $R_S = 0.999 = 1 - (1 - 0.75)^N = 1 - (0.25)^n$

En utilisant les logarithmes népériens  $n \ln(0.25) = \ln(0.001) \rightarrow n = 4.983$

Ce qui implique d'avoir au moins cinq dispositifs en parallèle c) Si on souhaite avoir une fiabilité globale de 99% avec trois dispositifs seulement en parallèle, quelle devrait être la fiabilité R de chacun de ces dispositifs:

$$R_S = 0.999 = 1 - (1 - R)^3 \rightarrow (1 - R)^3 = 1 - 0.999 = 0.010 \rightarrow (1 - R) = 0.2154 \rightarrow R = 0.7846 \text{ (Soit une fiabilité minimale de 78,46\%)}$$

## II.5. Cas des systèmes connectés en parallèle et dis en attente

### ▪ Cas de deux composants en attente

Pour le système proposé, le composant A est en service actif et le composant B en attente. Si B tombe à tour en panne, il est automatiquement remplacé par C, etc. Si tous les composant sont identique avec  $\lambda$  constant, la fiabilité du dispositif est donnée par :

$$R(t) = e^{-\lambda t} + \lambda t e^{-\lambda t} = e^{-\lambda t}$$

Si A et B ne sont pas identiques la relation devient :

$$R(t) = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}) + e^{-\lambda_A t}$$

### ▪ Cas de n composants en attente :

$$R(t) = e^{-\lambda t} \left[ 1 + \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \dots + \frac{(\lambda t)^n}{n!} \right]$$

Cas où m composants sur les n sont nécessaires au succès du système

$$R_S = \sum_{i=m}^n \left( \frac{n!}{i!(n-i)!} \right) R^i (1-R)^{n-i}$$

### Exercice 1 :

Cas avec trois composants K avec un minimum de deux composants actifs sur les trois disponibles au départ. On tolère que le système de défaillance d'un seul composant sur les trois. Il doit y avoir au moins deux composants en fonctionnement ou en activité pour accomplir la mission, la relation précédente donne avec  $n=3$  et  $m=2$

$$R_S = R^3 + 3R^2(1-R) = 3R^2 - 2R^3$$

### Exercice 2 :

cas avec quatre composants K en parallèle avec un minimum de deux composants actifs sur les quatre composants disponible au départ. On peut tolérer que le système de défaillance de deux composants sur les quatre. Il doit y avoir au moins deux composants en fonctionnement ou en activité pour accomplir la mission, la relation précédente donne avec  $n=4$  et  $m=2$

$$R_S = R^4 + 4R^3(1-R) + 6R^2(1-R)^2 = 3R^4 - 8R^3 + 6R^2$$

### Combinaison de composants en série et en parallèle

La fiabilité des trois composants identiques A, B et C est de 0.65, celle de D de 0,96 ; celle de E 0, 92 celle de G 0, 87 celle de F de 0,89 et celle de H de 1 (100%) La fiabilité globale R est exprimée ici par

$$R_S = [1 - (1 - 0.65)^3] \cdot [0.96] \cdot [1 - (1 - 0,92 \cdot 0,87)(1 - 0,89 \cdot 1)] = 0,957 \cdot 0,96 \cdot 0,978 = 0,8986 \text{ (environ 90\%)}$$

Exemple 2 : Considérant une machine automatisée fonctionnant pendant un cycle opératoire de 155 heures. Pendant cette période le système subit 5 défaillances à des moments différents, suivies d'une réparation puis d'une remise en activité. Les durées respectives des défaillances sont : 2,5h ; 8,3h ; 3,7 ;

$$\lambda = \frac{5}{155 - (2,5 + 8,3 + 3,7 + 1,8 + 7,5)} = \frac{5}{131,2} = 0.0381 \quad 1,8 \text{ et } 7,5 \text{ h}$$

## II.6. La relation entre la fiabilité et la maintenance :

Tous les équipements d'une installation industrielle sont soumis à des mécanismes de dégradation dus aux conditions de fonctionnement et/ou d'environnement : usure, fatigue,

vieillessement. Face aux défaillances qui en résultent, on peut se contenter de pratiquer une maintenance corrective, mais on n'évite pas ainsi les conséquences des pannes que l'on subit. Une attitude plus défensive consiste à mettre en œuvre une maintenance préventive destinée à limiter, voire à empêcher, ces défaillances, mais on court alors le risque de dépenses excessives et d'indisponibilités inutiles.

Devant cette situation, le responsable de maintenance ne doit plus se contenter de surveiller et de réparer, il doit envisager des stratégies. Une part de son travail consiste à prévoir les événements et à évaluer les différentes alternatives qui s'offrent à lui pour trouver la solution optimale, ou tout au moins pour s'en rapprocher. Les forces dont il dispose, limitées par ses moyens techniques et financiers, doivent être placées aux bons endroits.

C'est dans ce contexte que la maintenance s'est dotée de méthodes qui considèrent à la fois, et plus ou moins, la technique et l'organisation. Les industries de processus ont générale appliquée des démarches alliant une évaluation des risques, une analyse du retour d'expérience, et une logique de sélection de tâches de maintenance. L'Optimisation de la Maintenance par la Fiabilité (OMF).

## **II.7. Principales liaisons fiabilité –maintenance :**

Les principales hypothèses retenues :

- Nous remarquons tout d'abord que les études de fiabilité et de maintenance sont faites en parallèle à différents stades (établissement du projet, fabrication, réception, transport, exploitation et renouvellement) ces études étant établies d'un point de vue à la fois technique et économique.
- Les opérations de maintenance, quelque soit le genre considéré, sont liées au caractère aléatoire de la durée de vie de l'élément et par suite, aux caractéristiques de fiabilité de l'élément : fonction de fiabilité, MTBF, taux de défaillance à l'instant  $t$ ,... etc.
- La fréquence des opérations de maintenance corrective est fonction des taux de panne ou risques de panne De plus, nous pouvons dire que la maintenance corrective, faisant diminuer le taux de panne, améliore la fiabilité.
- Considérons le problème suivant : dans une entreprise, on se fixe un nombre  $N(t)$  d'équipements identiques qu'on veut maintenir en service à chaque instant ; on se demande alors comment réaliser cet objectif ? Grâce à la fiabilité, on peut donner une réponse à cette

question. Dans le cas particulier où :

$$N(t) = N_0 = C^{te} \text{ et } \lambda(t) = C^{te}$$

- Le nombre d'équipements à remplacer, depuis l'instant zéro jusqu'à l'instant  $\theta$ .
- Intéressons-nous à un élément mis en fonctionnement à l'instant zéro et demandons-nous combien peut-il y avoir de renouvellements dans l'intervalle de temps  $(0, t)$  ? Evidemment, cette question est sans réponse stricte ; mais, lorsqu'on connaît la fiabilité de l'élément on peut calculer la probabilité pour qu'il y ait ou bien 1 ou bien 2 ou bien 3,..., renouvellements. On peut aussi calculer le nombre moyen de renouvellement dans  $(0, t)$ . Dans le cas particulier où le taux de panne est constant, le nombre de renouvellements dans  $(0, t)$  est distribué selon la loi de Poisson.
- Les opérations de maintenance préventive sont à effectuer lorsque la fonction risque de panne est croissante, les époques de renouvellement sont alors déterminées à partir des caractéristiques de fiabilité des éléments considérés. Lorsque le taux de panne est constant, il est évident qu'il ne faut pas faire de renouvellement préventif. La figure de la courbe en baignoire ci-après explique les différentes causes et remèdes de défaillances liées aux trois phases de la durée de vie du matériel.

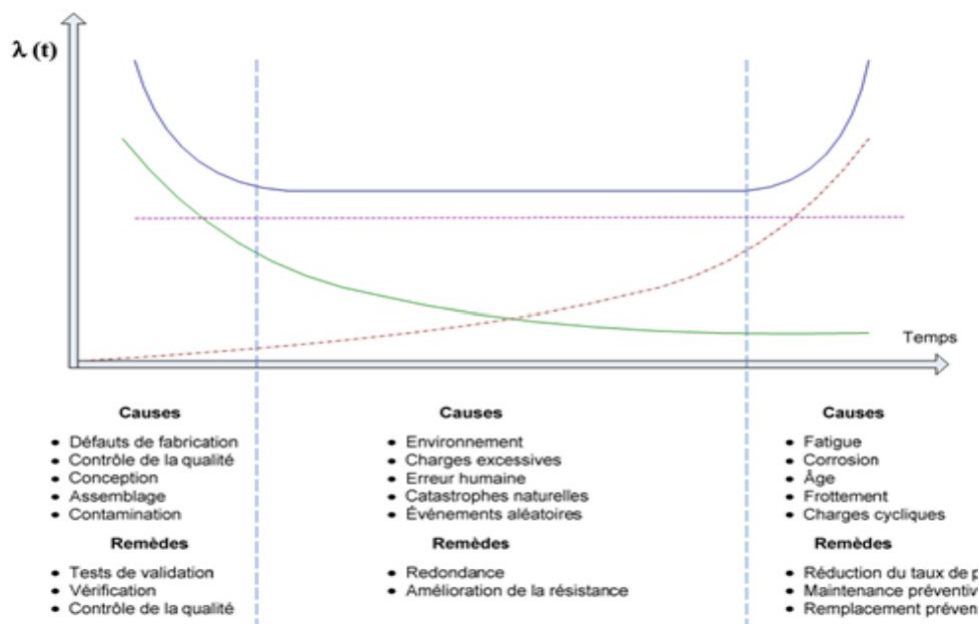


Figure 11. Evolution du taux de défaillance.

## II.8. Rôle de La maintenance préventive constituée

On examine les effets de la maintenance préventive sur la fiabilité d'un système ou un composant. A) **Maintenance idéale** :

Elle permet la réalisation de deux tâches principales :

- Le système (composant) est rétabli dans un état aussi bon que le neuf.
- Il n'y a pas d'erreurs commises lorsque la maintenance préventive est exécutée  $R(t)$  = fiabilité du système  $R(t)$  = fiabilité du système

$t$  = temps d'opération  $R_m(t)$  = fiabilité du système maintenu  $T$  = temps auquel on effectue la maintenance

$$0 \leq t \leq T \Rightarrow R_m = R(T)$$

La maintenance n'a aucun effet sur la fiabilité du système entre  $[0 \text{ et } T]$

Au temps  $T$ , on effectue la maintenance. Le système devient aussi bon que neuf.

Effet de la maintenance idéale sur la fiabilité est représenté sur la figure suivante :

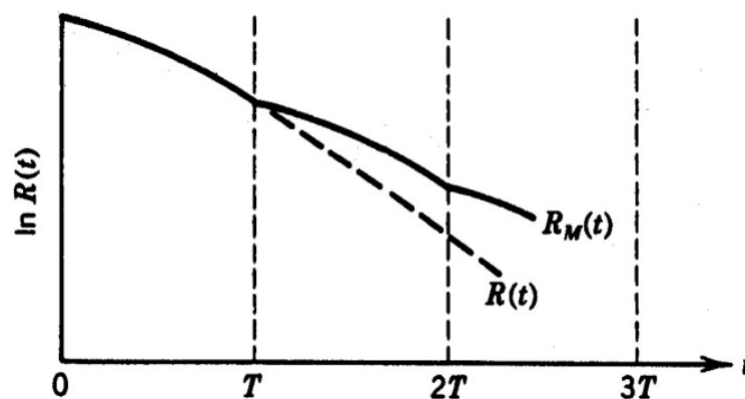


Figure 12. Effet de la maintenance sur la fiabilité

La prolongation de la durée de vie d'un matériel ne peut se faire que par des actions de maintenance. La (figure 12) schématise ces actions. La maintenance peut :

1. diminuer la fiabilité (erreur humaine dues à l'intervention)
2. n'avoir aucun effet (aucun mécanisme de vieillissement, aucun phénomène d'usure)
3. améliorer la fiabilité (présence de mécanisme de vieillissement, de phénomène d'usure) La maintenance idéale est la probabilité que le système survive au temps  $t$

$$T \leq t \leq 2T \Rightarrow R_m(t) = R(t).R(t - T)$$

Après 2 opérations de maintenance :  $2T \leq t < 3T$

$$R_m(t) = R(T)^2 \cdot R(t - 2T)$$

Après N opérations de maintenance :

$$NT \leq t < (N + 1)T \Leftrightarrow R_m = R(T)^N \cdot R(t - NT)$$

En maintenance idéale la MTTF se calcul par l'expression :

$$MTTF = \int_0^{\infty} R_m(t) dt = \sum_{N=0}^{\infty} \int_{NT}^{(N+T)} R_m(t) dt$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} R(T)^N = \frac{1}{1 - R(T)} \Leftrightarrow \text{série à l'infini}$$

$$\Leftrightarrow MTTF = \frac{\int_0^T R(t) dt}{1 - R(T)}$$

Effet de la maintenance sur la fiabilité Pour  $\lambda = \text{constant}$ . (Panne aléatoire, distribution exponentielle)

$$R_m(t) = (e^{-\lambda T})^N \cdot (e^{-\lambda T})^{(t-NT)} = e^{-\lambda t}$$

$$\Leftrightarrow R_m(t) = e^{-\lambda t}$$

Si  $m > 1$ : Faire la maintenance préventive (MP a un effet positif)

Si  $m = 1$ : Distribution exponentielle (MP n'a pas d'effet sur la fiabilité)

Si  $m < 1$ : MP diminue la fiabilité (dans la période de rodage par exemple)

Il y a un gain à faire de la maintenance préventive lorsque l'exposant  $m > 0$ :

$$\left(\frac{NT}{\theta}\right)^m > N \left(\frac{T}{\theta}\right)^m \Leftrightarrow N^{m-1} > 0$$

Exemple : Un compresseur a été conçu pour une durée de vie de 5 ans d'opération ( $T_d = 5$  ans). Les observations ont démontré qu'il y a deux façons qu'il tombe en panne :

- 1) La défaillance d'un roulement à billes soumise à une distribution Weibull  $\theta = 7.5$  ans et  $m = 2.5$
- 2) La défaillance qui inclut toutes les autres causes avec un taux de défaillance constant de  $\lambda = 0.013/\text{an}$

**Trouver :**

A) La fiabilité si aucune maintenance préventive n'est réalisée pour la période de 5 ans

B) Si la fiabilité exigée pour 5 ans est de 0.9 et elle est atteinte par le remplacement périodique du roulement, quelle est la fréquence de remplacement ?

### Solution

Roulement à billes : Weibull  $\theta=7.5$  ans et  $m=2.5$ .

Roulement à billes : Weibull  $\theta=7.5$  ans et  $m=2.5$

$$R_1(t) = e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^m}$$

$$\text{Autres } \lambda_0 = 0,0113/\text{an}$$

$$R_0(t) = e^{\lambda_0 t}$$

a) La fiabilité du système sans maintenance préventive (MP) est :

$$R(5 \text{ ans}) = R_0(5 \text{ ans}) \cdot R_1(5 \text{ ans}) = e^{-0,013.5} \cdot e^{-\left(\frac{5}{7,5}\right)^{2,5}}$$

$$R(5 \text{ ans}) = 0,5619$$

$$R_0(T_d) = \exp(-0,013.5) = 0,9371$$

$$R_1(T_d) = \exp\left[-\left(\frac{T_d}{\theta}\right)^m\right] = \exp\left[-\left(\frac{5}{7,5}\right)^{2,5}\right] = 0,6957$$

b) Augmenter la fiabilité à 0.9, déterminer la fréquence de remplacement

$$T = \frac{5 \text{ ans}}{N} = \frac{T_d}{N} \quad R_{1m}(5 \text{ ans}) = e^{-N\left(\frac{T_d}{N-\theta}\right)^m}$$

$R(T_d)$  : fiabilité du système

$$R_m(T_d) \cdot R_0(T_d) = 0,9$$

$$\left(\frac{T_d}{\theta}\right)^m = \left(\frac{5}{7,5}\right)^{2,5} = 0,36289$$

$$R_M(T_d) = \exp[-0,36289 \cdot N^{-1,5}] = 0,9604$$

$$N = \exp\left\{-\frac{\ln\left[\frac{\ln(0,9604)}{0,36289}\right]}{1,5}\right\} = 4,325 \Leftrightarrow 5 \quad \text{Ou : } N = \left[-\frac{0,36289}{\ln(0,9604)}\right]^{2/3} = 4,325$$

Donc l'intervalle de remplacement est  $T=1$ ans, Fiabilité atteinte

$$R_0(T_d) = \exp(-0,013.5) = 0,9371$$

$$R_M(T_d) = \exp \left[ -N \left( \frac{T}{\theta} \right)^m \right] = \exp \left[ -5 \left( \frac{1}{7,5} \right)^{2,5} \right] \geq 0,9681$$

$$R(T_d) = 0,9371.09681 = 0,9072 > 0,9$$



## **Chapitre III**

### **Les méthodes d'analyse de sureté de fonctionnement**

## **Chapitre III**

### **III. Les méthodes d'analyse de sureté de fonctionnement :**

#### **III. 1. Notion de système**

- **Système industriel :** Un système industriel, réunit l'ensemble des moyens nécessaires pour créer la valeur ajoutée industrielle d'un produit ; il est caractérisé par rapport à cette valeur ajoutée, aux flux qui le parcourent ainsi qu'aux aspects temporels, économiques, environnementaux, ..., autant d'éléments sur lesquels est généralement attendu un niveau de performance.

- Système réparable : caractérisé par la possibilité de remplacer un ou plusieurs constituants défaillants, sans échange de ceux non défaillants (équipements industriels)
- Système non réparable : composant ou ensemble de pièces dont la défaillance entraîne le remplacement de toutes, donc de l'ensemble.

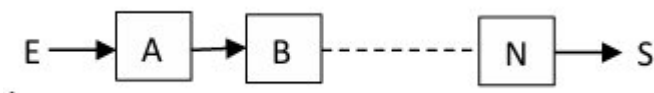
**III. 2. Diagramme Bloc Fiabilité.** La méthode Diagramme Bloc Fiabilité (Reliability block Diagram Method), appelé aussi chemins de succès utilisée dans de nombreux secteurs industriels pour l'analyse de la fiabilité pour les systèmes non réparables. Elle peut être utilisée dans certaines conditions pour les systèmes réparables. Un diagramme de fiabilité décrit les liens logiques entre les composants au succès (fonctionnement) de la mission du système. L'analyse par DBF a pour but de représenter le fonctionnement d'un système. On présente le principe de cette modélisation par des systèmes en série, en parallèle et mixte.

- a) Lois de configuration de la fiabilité** La fiabilité d'un système est conditionnée par la fiabilité de chacun de ses composants, mais aussi par la façon dont ils sont structurés. Cette structure peut être modélisée par des Bloc Diagramme Fiabilité (BDF), appelés aussi diagrammes de succès.

Le Bloc Diagramme Fiabilité est un graphe admettant une entrée et une sortie dont les sommets (appelés blocs) représentent les éléments du système et dont les arcs traduisent les relations entre les différents éléments. Le système fonctionne s'il existe un chemin de succès entre l'entrée et la sortie du diagramme de fiabilité (reliability block diagram). La liste des chemins de succès permet de représenter l'ensemble des états de marche du système.

- b) Objectifs** : disposer d'une modélisation simple pour analyser et calculer la fiabilité d'un système.

Configuration Série :



S fonctionne si A et B ... et N fonctionnent. - S est défaillant si A ou B... ou N sont défaillant

Cas général pour n composants montés en séries :  $RS = (RA) \times (RB) \times \dots \times (RN)$ . - Si les composants sont identiques avec la même fiabilité R alors :  $RS = R^n$  - Si les taux de défaillances sont constants  $\lambda_A, \lambda_B, \dots, \lambda_N$  alors la fiabilité :

$$R_s = (e^{-\lambda_A t}) \times (e^{-\lambda_B t}) \times \dots \times (e^{-\lambda_N t})$$

$$MTBF_S = \frac{1}{\lambda_A + \lambda_B + \dots + \lambda_N}$$

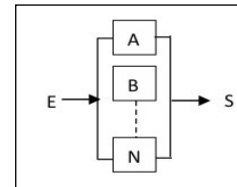
Si les n composants sont identiques  $\lambda_A = \lambda_B = \dots = \lambda_N$ .

$$R_s = (e^{-n\lambda t}) \quad \text{et} \quad MTBF_S = \frac{1}{n\lambda}$$

Configuration en parallèle : La fiabilité d'un système peut être augmentée en plaçant les composants en parallèle.

S est défaillant si A et B ... et N sont simultanément défaillants.

Ce qui va dans le sens de la sûreté de fonctionnement.



C'est une configuration plus rare puisqu'elle implique une redondance volontaire de 02 ou de n éléments. Les redondances sont rares car elles sont coûteuses en investissement.

Exemple : Groupe électrogène de secours (alimentation électrique).

### III.3. Méthodologie de prévision de fiabilité

#### III.3. 1. Arbres de défaillances

Les règles de construction ont été formalisées par Haasl en 1965, Dans les années 70, Vesely a jeté les bases de l'évaluation quantitative. En 1992, la dernière grande avancée est due à Coudert, Madre et Rauzy qui les ont codés avec des Diagrammes de décision binaires (DDB) obtenant ainsi une grande capacité de calcul. Cette méthode a pour objectif de déterminer les combinaisons possibles d'événements qui entraînent l'occurrence d'un événement indésirable (ou redoute). L'idée est de représenter graphiquement la logique de dysfonctionnement d'un système.

**III.3.2. Construction d'un arbre de défaillance :** L'analyse par l'arbre de défaillance se concentre sur un événement particulier qualifié d'indésirable ou de redoute car on ne souhaite pas le voir se réaliser. Cet événement devient le sommet de l'arbre et l'analyse a pour but de déterminer toutes les causes. La syntaxe des arbres de défaillances est équivalente avec les diagrammes de fiabilité. On utilise généralement la convention du rond pour dénoter un événement terminal, ou une feuille. Un événement intermédiaire sera représenté par un rectangle. Quand une sous-barbe

#### III.3. 3.1. Arbre de défaillances «AdD» (FaultTree « FT » en anglais):

**a) Définition** : Un arbre de défaillances (aussi appelé arbre de pannes ou arbre de fautes) est une technique d'Ingénierie très utilisée dans les études de sécurité et de fiabilité des systèmes statique.

**b) Formalisme** : Cette méthode consiste à représenter graphiquement les combinaisons possibles d'évènements qui permettent la réalisation d'un évènement indésirable prédéfini (appelé communément évènement redouté « ER »). La représentation graphique met donc en évidence les relations causes à effet.

**c) Modélisation** : Cette technique est complétée par un traitement mathématique qui permet la combinaison des défaillances simples ainsi que de leur probabilité d'apparition. Elle est basée sur l'algèbre de Boole relative à la théorie des ensembles. Elle permet ainsi de quantifier la probabilité d'occurrence d'un évènement indésirable. Également appelé « évènement redouté ».

1.1.4 Méthodologie : L'arbre de défaillance est formé de niveaux successifs d'évènements qui s'articulent par l'intermédiaire des portes (initialement logique). En adoptant cette représentation et la logique déductive (allant des effets vers les causes) et booléenne, il est possible de remonter d'effets en causes de l'évènement indésirable à des

**d) Généralités et description de l'arbre de défaillance :**

- **Introduction** : Lorsqu'il s'agit d'étudier les défaillances d'un système, l'arbre de défaillance s'appuie sur une analyse dysfonctionnelle d'un système à réaliser préalablement : une analyse des modes de défaillances et de leurs effets (AMDE). Cette méthode inductive allant des causes aux effets apparaît donc comme préalable à la construction d'un arbre de défaillance puisque l'identification des composants et de leurs modes de défaillance est généralement utilisée au dernier niveau d'un arbre. L'analyse par arbre de défaillance et le diagramme de fiabilité sont des méthodes pratiques à condition que les évènements de base soient faiblement dépendant. Dans le cas contraire, ces techniques deviennent caduques et il est nécessaire d'employer une technique plus appropriée reposant sur un modèle dynamique comme un processus de MARKOV.
- **Utilités des arbres de défaillances** : Les arbres de défaillances sont utilisés dans l'ingénierie de sûreté des industries « à risque » et peuvent être utilisés comme un outil d'évaluation de la conception, ils permettent d'identifier les scénarios conduisant à des

accidents dans les phases amont du cycle de vie d'un système et peuvent éviter des changements de conception autant plus coûteux qu'ils sont tardifs. Ils peuvent aussi être utilisés comme un outil de diagnostic, prévoyant la ou les défaillances des composants la ou les plus probables lors de la défaillance d'un système.

➤ **Représentation de la méthode de l'arbre de défaillances :**

- La ligne la plus haute ne comporte que l'évènement dont on cherche à décrire comment il peut se produire.
- Chaque ligne détaille la ligne supérieure en présentant les combinaisons susceptibles de produire l'évènement de la ligne supérieure auquel elles sont rattachées.
- Les relations sont représentées par des liens logiques, dont la plupart sont des « portes OU » et des « portes ET ».

➤ **Méthodologie de la méthode arbre de défaillances :** Démarche : L'arbre de défaillance est une méthode déductive, qui fournit une démarche systématique pour identifier les causes d'un évènement unique intitulé évènement redouté. Le point de départ de la construction de l'arbre est l'évènement redouté lui-même (également appelé évènement du sommet). Il est essentiel qu'il soit unique et bien identifier. A partir de là, le principe est de définir des niveaux successifs d'évènements tels que chacun est une conséquence d'un ou plusieurs évènements du niveau inférieur. La démarche est la suivante : • Pour chaque évènement d'un niveau donné, le but est d'identifier l'ensemble des évènements immédiats nécessaires et suffisants à sa réalisation. Des opérateurs logiques (portes) permettent de définir précisément les liens entre les évènements des différents niveaux.

- Le processus déductif est poursuivi niveau par niveau jusqu'à ce que les spécialistes concernés ne jugent pas nécessaire de décomposer des évènements en combinaison d'évènements de niveaux inférieurs, notamment parce qu'ils disposent d'une valeur de probabilité d'occurrence de l'évènement analysé. Ces évènements non décomposés de l'arbre sont appelés évènements élémentaires (ou évènements de bases). Notons que :

a) Il est nécessaire que les évènements soient indépendants entre eux.

b) Leurs probabilité d'occurrence doit pouvoir être quantifiée (condition nécessaire seulement dans le cas où l'arbre est destiné à une analyse quantitative).

c) Contrairement à l'approche inductive de l'AMDEC (analyse des modes de défaillance, de leurs effets et de leur criticité) qui ne cible pas les conséquences des défaillances élémentaires, l'approche déductive de l'arbre de défaillance permet de focaliser exclusivement sur les défaillances contribuant à l'évènement redouté.

La construction de l'arbre de défaillance est une phase importante de la méthode car sa complétude conditionne celle de l'analyse qualitative ou quantitative qui sera réalisée par la suite.

➤ **Analyse qualitative** : L'arbre de défaillance étant construit, deux types d'exploitation qualitative peuvent être réalisés :

1. L'identification des scénarios critiques susceptibles de conduire à l'évènement redouté. Par l'analyse des différentes combinaisons de défaillances menant à l'évènement sommet, l'objectif est ici d'identifier les combinaisons les plus courtes appelées coupes minimales.
2. La mise en œuvre d'une procédure d'allocation de barrières. Ce deuxième type d'exploitation qualitatif permet d'allouer un certain nombre de barrières de sécurité (technique ou d'utilisation) en fonction de la gravité de l'évènement redouté et des contraintes normatives éventuelles.

➤ **Analyse quantitative** : Une étude probabiliste peut avoir deux objectifs :

1. L'évaluation rigoureuse de la probabilité d'occurrence de l'évènement redouté.
2. Le tri de scénarios critiques (en partant des coupes minimales de plus fortes probabilités).

Ces calculs ne peuvent se concevoir que si chaque évènement élémentaire peut être probabilisé à partir d'une loi soigneusement paramétrée et de la connaissance du temps de mission associé à l'évènement redouté et / ou à l'aide de données issues du retour d'expérience.

➤ **Identification de l'évènement** : L'identification de l'évènement redouté est absolument essentielle à l'efficacité et à la pertinence de la méthode. Il correspond le plus souvent à un évènement catastrophique en termes humain, environnemental ou économique. Il peut s'avérer nécessaire parfois de caractériser l'évènement redouté pour chacune des missions du système étudié. Il existe plusieurs méthodes permettant de procéder à l'identification des évènements redoutés. L'analyse préliminaire des risques (APR), est utilisée dans la plupart des industries.

➤ **Examen du système** : Lors d'une analyse fiabiliste d'un système, il est toujours difficile de délimiter précisément les contours de l'étude. L'analyste doit pour cela se poser certain nombre de questions incontournables du type :

1. Quelles sont les intentions de l'analyse ?

2. Quelles sont les limites ?

3. S'agit-il de maîtriser une prise de risque relative à la sécurité des personnes ou de comparer différents dispositifs ?

4. L'objectif est-il de démontrer la conformité à des normes officielles et/ou à des spécifications imposées par le client ? Avant d'entamer la construction de l'arbre de défaillance proprement dite, les analystes chargés de l'étude doivent acquérir au préalable une très bonne connaissance de l'ensemble du système et de sa fonction. Ils doivent s'appuyer pour cela sur l'expérience des ingénieurs et techniciens chargés des opérations sur le terrain. Il est également nécessaire de délimiter précisément l'étude à différents niveaux :

5. Natures des événements pris en compte ;

6. équipements impliqués ou non dans la fonction du système ;

7. Importance de l'environnement, etc.

Afin d'être complet et rigoureux, l'examen du système doit couvrir obligatoirement chacun des thèmes suivants :

1. La description du système (éléments et sous-systèmes inclus dans l'étude et éléments exclus).

2. La définition de la mission (spécification du système, phase de divers missions, procédure de maintenance et de réparation, reconfiguration possible...)

3. L'analyse de l'environnement ;

4. L'identification des événements à prendre en compte : étendue donnée à l'étude (par exemple : prise en compte des conséquences des erreurs humaines, des problèmes de transport de pièces ou de personnel...)

➤ **Construction de L'arbre** : Cette construction est détaillée dans plusieurs normes industrielles dont la norme CEI 61025.

**1. Evènement sommet** (événement indésirable) : La première étape réside dans la définition de l'évènement à étudier d'une façon explicite et précise, cet évènement est appelé sommet, ou encore évènement redouté. Cette étape est cruciale quant à la valeur des conclusions qui seront tirées de l'analyse. L'arbre de défaillance se veut être une représentation synthétique ; le libellé de l'évènement devra être bref, mais aussi évocateur que possible dans la boîte qui le représente dans l'arbre, on lui associant un texte complémentaire apportant toutes les précisions utiles sur la définition de l'évènement. Cette remarque est aussi valable pour tous les éléments qui vont figurer dans l'arbre.

**2. Evènement intermédiaires** : L'évènement sommet étant défini, il convient de décrire la combinaison d'évènements pouvant conduire à cet évènement sommet. Les évènements intermédiaires sont des événements moins globaux. Une fois un évènement défini, ils seront

liés à l'évènement sommet via un connecteur. Ces évènements intermédiaires peuvent être, à leur tour, redéfinis par d'autres évènements intermédiaires plus détaillés. 3. Evènements de base, transfert et conditions : Il est possible de prendre en compte des évènements sur lesquels les informations sont insuffisantes pour les décomposer davantage ou encore qu'il ne soit pas utile de développer plus, ces évènements sont appelés évènements non développés. Lors de la construction de gros arbres de défaillances, il est pratique d'utiliser des portes de transfert, permettant ainsi de rendre la lecture et la validation de l'arbre plus aisée. Ces portes signalent que la suite de l'arbre est développée sur une autre page. Les évènements de bases sont les évènements les plus fins de l'arbre, il ne sera pas possible de les détailler davantage ; ils concernent la défaillance (électrique, mécanique, logiciel...) d'un élément du système. L'apparition de certains évènements (de base ou autres) peut avoir une conséquence

**4. Connecteurs logiques** : Les connecteurs logiques (ou portes logiques) sont les liaisons entre les différents branches et/ou évènements. Les plus classiques sont ET et OU. Les connecteurs fonctionnent comme suit :



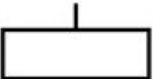




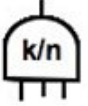
- OU : l'évènement en sortie/supérieur survient si, au moins, un des évènements en entrée/inférieur survient/est présent ;
- ET : l'évènement en sortie/supérieur survient seulement si tous les évènements en entrée/inférieur surviennent/sont présents ;
- K/N : c'est un vote majoritaire : l'évènement en sortie/supérieur survient si au moins K (c'est un entier qui sert à paramétrer le comportement de la porte) parmi les N évènements en entrée/inférieur surviennent/sont présents. Cette porte généralise les deux précédentes : une porte OU est une porte 1/N et une porte ET est une porte N/N. L'utilisation exclusive des trois connecteurs mentionnés ci-dessus permet de rester dans le cadre des arbres de défaillances cohérents, et c'est en pratique ce qui est fait le plus souvent. Dans certaines situations, il est nécessaire d'introduire des non cohérences avec des connecteurs NON, OU exclusif (réalisé si une et une seule de ses entrées est réalisée) ...etc. mais cela rend le traitement mathématique plus complexe. Enfin, il peut être pratique à des fins descriptives d'utiliser des connecteurs plus complexes, comme des connecteurs voteurs, conditionnels... Ces connecteurs permettent de traduire des comportements particuliers qu'il est possible de rencontrer dans certaines architectures. Au même titre, une dimension temporelle peut être nécessaire pour traduire le comportement d'un système, pour cela il existe des connecteurs ET séquentiels prenant en compte le séquençement des évènements, des connecteurs SPARE prenant en



compte des lots de rechanges, etc. l'utilisation de ces connecteurs peut conduire à des modèles dont la signification mathématique est ambiguë et est interprétée différemment suivant les outils informatiques dans lesquels ils sont saisis.

### Résumé des règles importantes de la construction de l'arbre de défaillance :

1. Partir de l'évènement redouté (sommet de l'arbre),
2. Imaginer les évènements intermédiaires possibles expliquant l'évènement sommet,
3. Considérer chaque évènement intermédiaire comme un nouvel évènement sommet,
4. Imaginer les causes possibles de chaque évènement au niveau considéré,
5. Descendre progressivement dans l'arbre jusqu'aux évènements de base

Evènement / report	Dénomination	Portes	Dénomination
	Evènement de base		Porte « ET »
	Evènement-sommet ou évènement intermédiaire		Porte « OU »
	Report (sortie) Le sous-arbre situé sous ce « drapeau » est à dupliquer ...		Porte « OU exclusif »
	Report (entrée) ...à l'endroit indiqué par ce second drapeau		Porte « combinaison »

Figure

figure 1. Évènement et report

Apparaît plusieurs fois, on peut factoriser l'écriture en utilisant les reports symbolisés par des triangles. Dans le cas de la porte et, la sortie S est vraie si toutes les entrées  $E_i$  le sont. Pour la porte ou, la sortie S est vraie si au moins une des entrées  $E_i$  est à vrai. Dans le cas de la porte ou exclusif, la sortie S est vraie si une seule entrée est a vrai. Enfin, pour la porte k/n, S est à vrai si k évènements au moins sont à vrai sur les n. Il existe d'autres portes dont nous ne parlerons pas dans la suite. Le schéma suivant est un guide permettant l'élaboration d'un arbre

de défaillance. L'idée est de déterminer toutes les causes élémentaires qui mènent à l'évènement redouté.

La figure 6 illustre un circuit électrique comporté des sous-systèmes comme suit

Un système d'alimentation (Batterie) fourni une tension continue vers le moteur; système de protection pour protéger le moteur contre les courts-circuits-système de commande pour contrôler le temps marche/arrêt du moteur. L'arbre de défaillance de ce circuit est montré à la figure ci-contre.

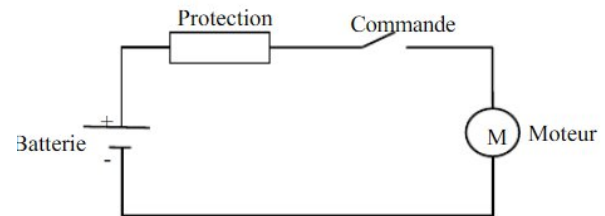


Figure. 2. Circuit de commande

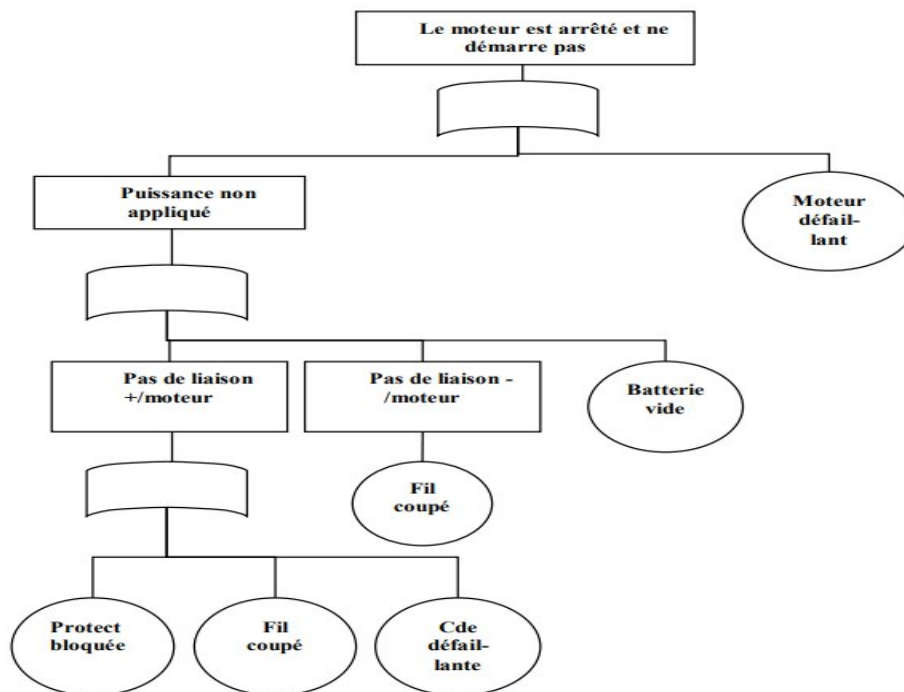


Figure 3 : Arbre de défaillance

### III.3.3. Traitement qualitatif

Identifier les événements de base identiques sur l'ensemble des EI et leur attribuer le même code. Coder les autres événements de base. Utilisation des lettres de l'alphabet et des chiffres

Équation booléenne de l'arbre

$$E_2 = C + D + E$$

$$E_3 = B$$

$$E_1 = E_2 + E_3 + F \Rightarrow E_4 = C + D + E + B + F$$

$$\text{Donc : } EI = E_1 + A \Rightarrow \boxed{EI = A + B + C + D + E + F}$$

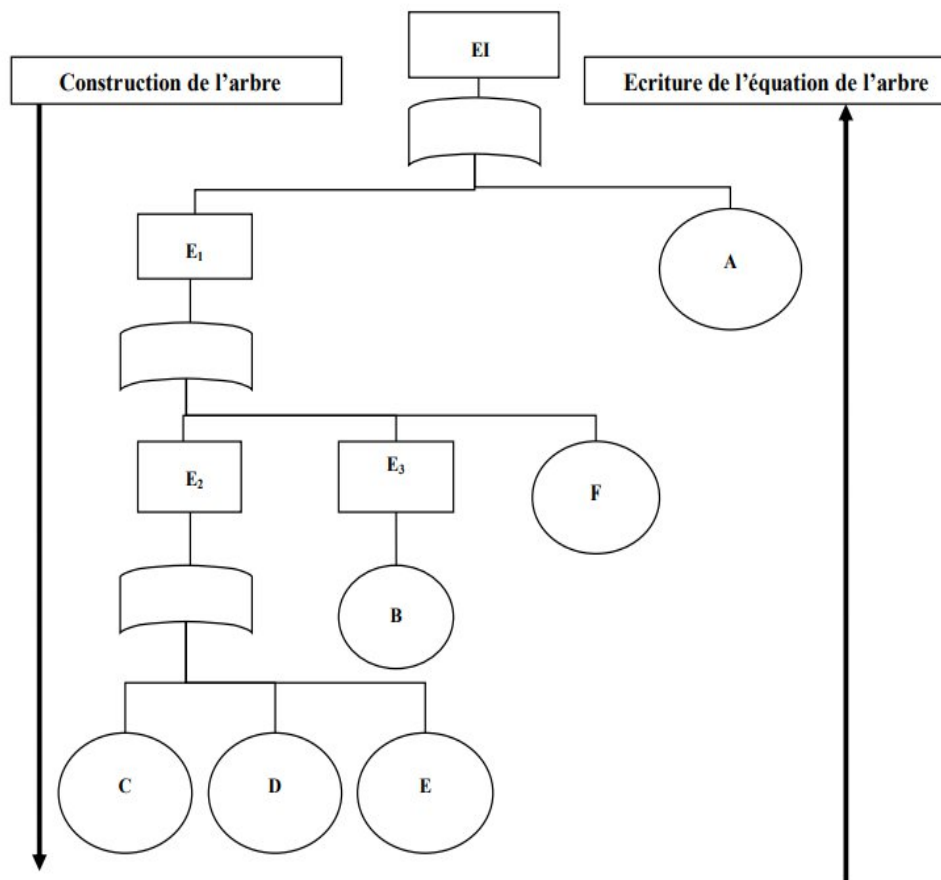


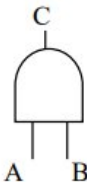

Figure 4 : Construction et écriture de l'équation de l'arbre

### III.4. Réduction de l'équation booléenne

Après avoir écrit l'équation booléenne de l'arbre de défaillance nous pouvons réduire cette équation résultante par les propriétés suivantes ;  $A \times A = A$ ,  $A + A = A$ ,  $A + AB = A$

### Signification mathématique des portes ET ou OU

Tableau 1 : Signification mathématique des portes

Symbole graphique	Nom	Table de vérité	Expression booléenne	Portes à n entré probabilités de sortie															
	ET	<table> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </table>	A	B	C	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	$C = A.B$	$P = \prod_{i=1}^n P_i$
A	B	C																	
1	1	1																	
1	0	0																	
0	1	0																	
0	0	0																	
	OU	<table> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> </tr> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> </table>	A	B	C	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	$C = A + B$	$P = \sum_{i=1}^n P_i - \sum_{i < j} P_i P_j + \sum_{i < j < k} P_i P_j P_k - \dots + (-1)^{n-1} \prod_{i=1}^n P_i$
A	B	C																	
1	1	1																	
1	0	1																	
0	1	1																	
0	0	0																	

**Exemple :** Une machine industrielle comprend trois organes de fonctionnement. Si l'un d'entre eux présente une défaillance, la machine tombe en panne. Les défaillances possibles de ces organes sont indépendantes et les probabilités de défaillance sont respectivement 0,02, 0,05 et 0,10.

Quelle est la probabilité que la machine tombe en panne ?

(Utiliser l'arbre de défaillance).

Solution :

$$P(\overline{O1})=0.02, P(\overline{O2}) = 0.05, P(\overline{O3}) = 0.1$$

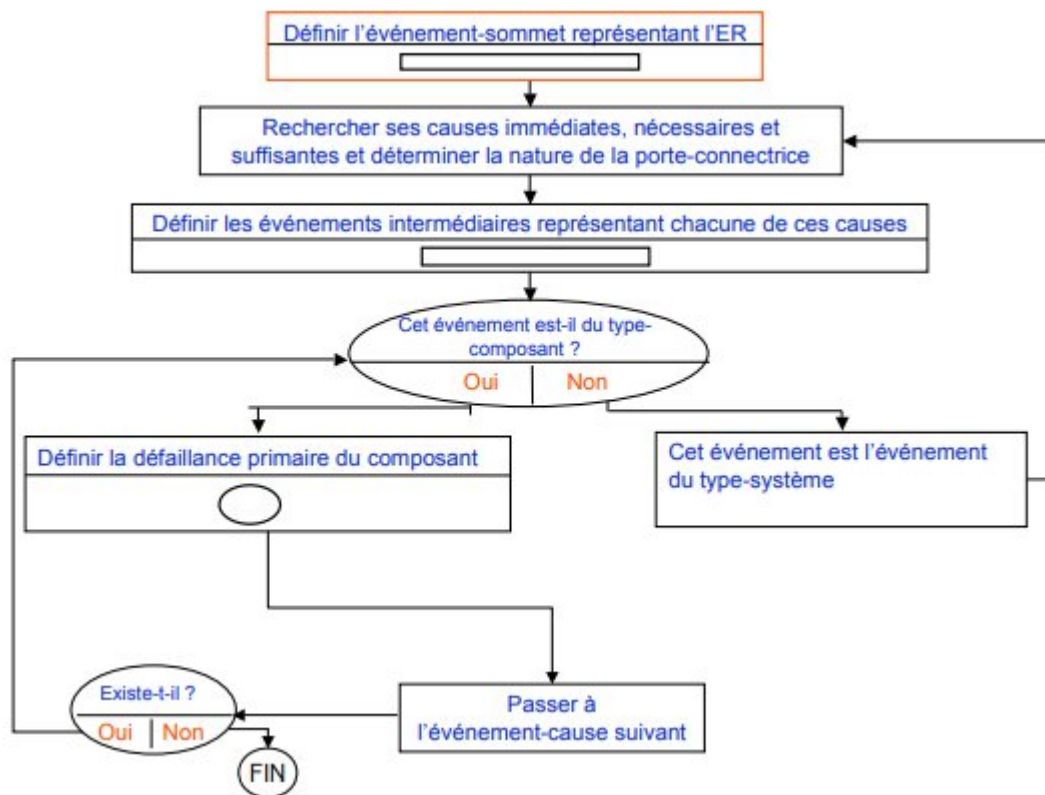


Figure 5. diagrammes des évènements

## **Chapitre IV**

### **IV. Sureté de fonctionnement**

## Chapitre IV

### IV. Sureté de fonctionnement

Qu'est-ce que la sureté de fonctionnement La sureté de fonctionnement est souvent appelée la science des défaillances ; elle inclut leur connaissance, leur évaluation, leur prévision, leur mesure et leur maîtrise. Il s'agit d'un domaine transverse qui nécessite une connaissance globale du système comme les conditions d'utilisation, les risques extérieurs, les architectures fonctionnelle et matérielle, la structure et fatigue des matériaux. Beaucoup d'avancées sont le fruit du retour d'expérience et des rapports d'analyse d'accidents.

Définition 1 (SdF) La sureté de fonctionnement (dependability, SdF) consiste à évaluer les risques potentiels, prévoir l'occurrence des défaillances et tenter de minimiser les conséquences des situations catastrophiques lorsqu'elles se présentent.

Définition 2 (Laprie96) La sureté de fonctionnement d'un système informatique est la propriété qui permet de placer une confiance justifiée dans le service qu'il délivre. Il existe de nombreuses définitions, de standards (qui peuvent varier selon les domaines d'application - nucléaire, spatial, avionique, automobile, rail...). On peut néanmoins considérer que le Technical Comité 56 Dependability de l'International Electrotechnical Commission (IEC) développe et maintient des standards internationaux reconnus dans le domaine de la sureté de fonctionnement. Ces standards fournissent les méthodes et outils d'analyse, d'évaluation, de gestion des équipements, services et systèmes tout au long du cycle de développement.

#### IV. 1. Introduction

L'objectif principal de la sureté de fonctionnement (SDF) est d'atteindre le cas idéal de la conception. C'est-à-dire atteindre zéro accident, zéro arrêt, zéro défaut. Elle donne la possibilité d'augmenter la fiabilité et sureté des systèmes dans des délais et avec des coûts raisonnables.

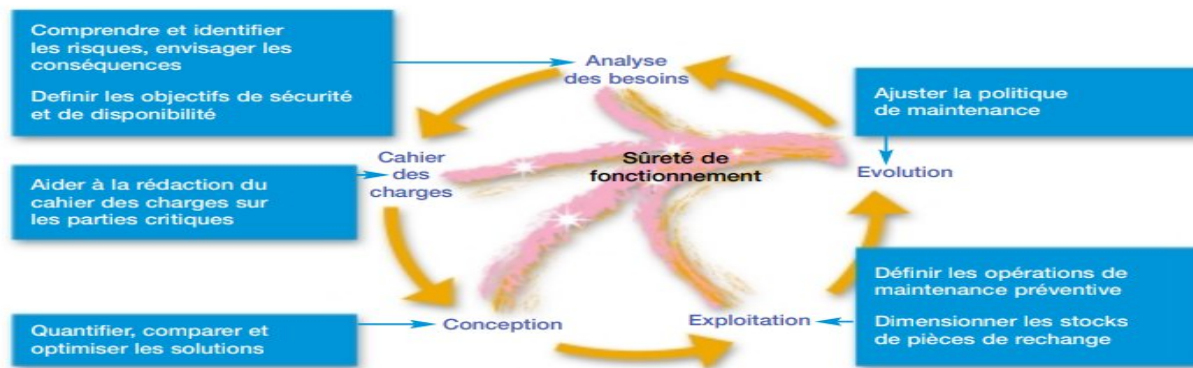


Figure .1 graphiques représentant la sûreté de fonctionnement

## IV.2. Définition

La sûreté de fonctionnement est souvent appelée la science des défaillances ; elle inclut leur connaissance, leur évaluation, leur prévision, leur mesure et leur maîtrise. Il s'agit d'un domaine transverse qui nécessite une connaissance globale du système comme les conditions d'utilisation, les risques extérieurs, les architectures fonctionnelle et matérielle, la structure et fatigue des matériaux. Beaucoup d'avancées sont le fruit du retour d'expérience et des rapports d'analyse d'accidents .

## IV.3. Cout de la sûreté de fonctionnement

Le cout d'un haut niveau de sûreté de fonctionnement est très onéreux. Le concepteur doit faire des compromis entre les m'mécanismes de sûreté de fonctionnement n'nécessaires et les couts économiques. Les systèmes qui ne sont pas surs, pas fiables ou pas s'sécurises peuvent être rejetés par les utilisateurs. Le cout d'une défaillance peut être extrêmement 'élevé. Le cout de systèmes avec un faible niveau de sûreté de fonctionnement est illustre dans les figures ci-dessous.

### ➤ Cout moyen d'indisponibilité

Secteur industriel	Production et distribution d'énergie	2,8	Millions d'Euros par heure perdue
	Production manufacturière	1,6	
	Institutions financières	1,4	
	Assurances	1,2	
	Commerce	1,1	
	Banques	1	

### ➤ Cout annuel des défaillances informatiques



Estimation compagnies d'assurance (2002)	France (secteur privé)	USA	Royaume Uni
Fautes accidentelles	1,1 G€	4 G\$	
Malveillances	1,3 G€		1,25 G£
Estimation globale	USA : 80 G\$	EU : 60 G€	

- Coûts de maintenance
- Coût logiciels abandonnés (défaillance du processus de développement)

USA [Standish Group, 2002, 13522 projets]	Succès 34%	Remise en question 51%	Abandon 15%
~ 38 G\$ de pertes (sur total 225 G\$)			

Figure 2. Quelques chiffres [Laprie07]

#### IV.4. Étude des systèmes

L'objet sous étude est le système et les fonctions qu'il fournit. Il existe de nombreuses définitions de système dans le domaine des systèmes d'ingénierie.

Définition 3 (Un système) Un système peut être décrit comme un ensemble d'éléments en interaction entre eux et avec l'environnement dont le comportement dépend :

- ✓ Des comportements individuels des éléments qui le composent,
- ✓ Des règles d'interaction entre éléments (interfaces, algorithmes, protocoles),
- ✓ De l'organisation topologique des éléments (architectures). Le fait que les sous-systèmes sont en interaction implique que le système n'est pas simplement la somme de ses composants. En toute rigueur, un système dans lequel un élément est défaillant devient un nouveau système, différent du système initial.

Définition : (Un système) Un système peut être décrit comme un ensemble d'éléments en interaction entre eux et avec l'environnement dont le comportement dépend :

- des comportements individuels des éléments qui le composent,
- des règles d'interaction entre éléments (interfaces, algorithmes, protocoles), - de l'organisation topologique des éléments (architectures). Le fait que les sous-systèmes sont en interaction implique que le système n'est pas simplement la somme de ses composants. En toute rigueur, un système dans lequel un élément est d'éléments défaillant devient un nouveau système, différent du système initial.

**Exemple :** Une installation chimique, une centrale nucléaire ou un avion sont des systèmes. Le contrôle commande est un sous-système, une vanne ou un relais sont des composants. La

nature technologique d'un système est variée : électrique, thermo-hydraulique, m' mécanique ou informatique.

Assurer les fonctions Tout système se définit par une ou plusieurs fonctions (ou mis- Sions) qu'il doit accomplir dans des conditions et dans un environnement donné. L'objet d'étude de la sûreté de fonctionnement est la fonction. Une fonction peut être définie comme l'action d'une entité ou de l'un de ses composants exprimés en termes de finalité. Il convient de distinguer les fonctions et la structure (ou encore architecture matérielle support).

- fonction principale : raison d'être d'un système (pour un téléphone portable, la fonction principale est la communication entre 2 entités) ;
- fonctions secondaires : fonctions assurées en plus de la fonction principale (sms, horloge, réveil, jeux . . . ) ;
- fonctions de protection : moyens pour assurer la s'sécurité des biens, des personnes et environnement ;
- fonctions redondantes : plusieurs composants assurent la même fonction. Une description fonctionnelle peut généralement se faire soit par niveau soit pour un niveau donné. Une description par niveau est une arborescence hiérarchisée. On donne l'exemple d'une description fonctionnelle d'une machine à laver dans la figure 1.

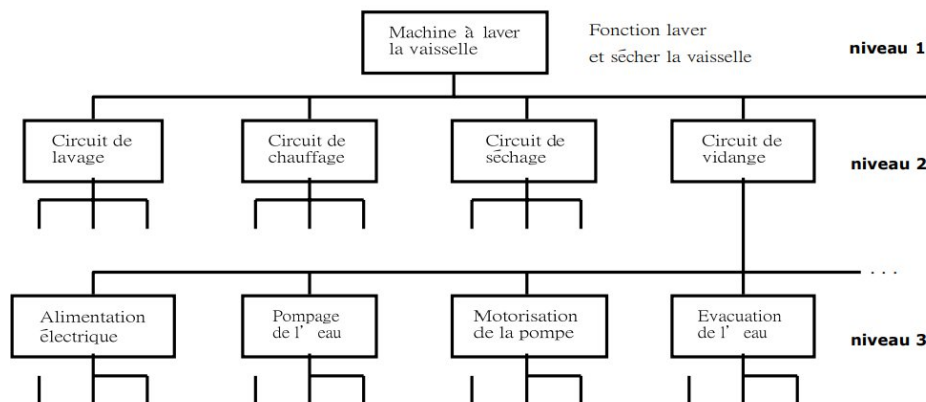


Figure 3. Description fonctionnelle d'une machine à laver la vaisselle

On peut également d'désirer représenter les échanges de données entre fonctions, pour un niveau de granularité donné. On parle alors d'architecture fonctionnelle. Formellement, l'architecture fonctionnelle est constituée d'un graphe  $(F, CF)$  orienté pour lequel l'ensemble des nœuds  $F = \{f_1, \dots, f_m\}$  d'désigne les fonctions et l'ensemble des arcs,  $CF \subseteq F \times F$ , représente les échanges de données entre les fonctions. Un arc  $(f_i, f_j) \in CF$  modélise un flux de

données fi vers fj. La figure 4 illustre l'architecture fonctionnelle de niveau 3 de l'exemple de la machine à laver.

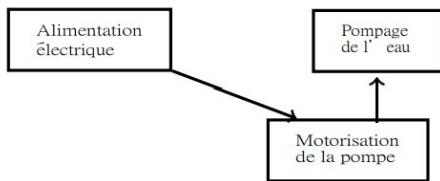


Figure 4. Architecture fonctionnelle de la machine à laver

Structure du système Les fonctions sont réalisées par le système à partir de ses composants. La structure du système doit être prise en compte pour les analyses de sûreté de fonctionnement. Pour cela, il faut d'écrire les composants matériels, leur rôle, leurs caractéristiques et leurs performances. On peut à nouveau utiliser une description en niveau. La figure 3 identifie les composants intervenant dans la structure de la machine à laver.

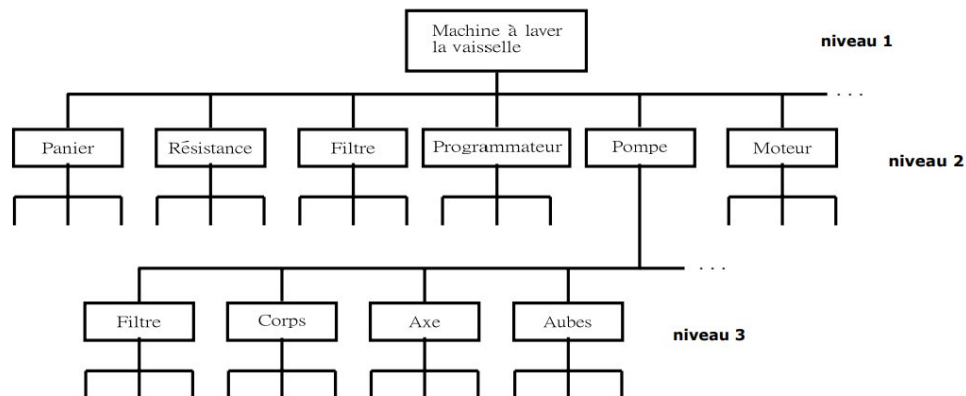


FIGURE 5. Décomposition matérielle d'une machine à laver la vaisselle

Il faut également d'écrire les connexions entre composants, ce qui peut être fait par un graphe orienté pour lequel l'ensemble des nœuds désigne l'ensemble de n ressources connectées entre elles par des liaisons représentées par les arcs. Enfin, il est également important dans certains cas de préciser la localisation des composants. Les analyses de sûreté de fonctionnement reposent sur des hypothèses au sujet de l'indépendance des défaillances des fonctions élémentaires. Le partage de ressources et l'installation de ces ressources dans une même zone risquent de violer les exigences d'indépendances. Par exemple, un éclatement pneu dans un avion peut entraîner la défaillance de plusieurs composants.

#### a) Principal concept

#### b) Taxonomie

La sureté de fonctionnement manipule un certain nombre de concepts que nous précisons dans cette partie en donnant des définitions précises. La sureté de fonctionnement peut être vue comme étant composée des trois éléments suivants :

- ✓ Attributs : points de vue pour évaluer la sureté de fonctionnement ;
- ✓ Entraves : évènements qui peuvent affecter la sureté de fonctionnement du système ;
- ✓ Moyens : moyens pour améliorer la sureté de fonctionnement. Ces notions sont résumées dans la figure suivante.



Figure 6. Arbre de la sureté de fonctionnement [Laprie]

- c) En pratique l'étude de la sureté de fonctionnement comporte deux volets complémentaires : une analyse fonctionnelle, qui va détailler la manière dont le système va opérer dans toutes ses phases de vie ainsi que les autres systèmes avec lesquels il va pouvoir interagir ; une analyse dysfonctionnelle, qui vise à imaginer l'ensemble des défaillances pouvant survenir n'importe où dans le système, seules ou combinées entre elles, et à analyser l'impact de ces pannes.

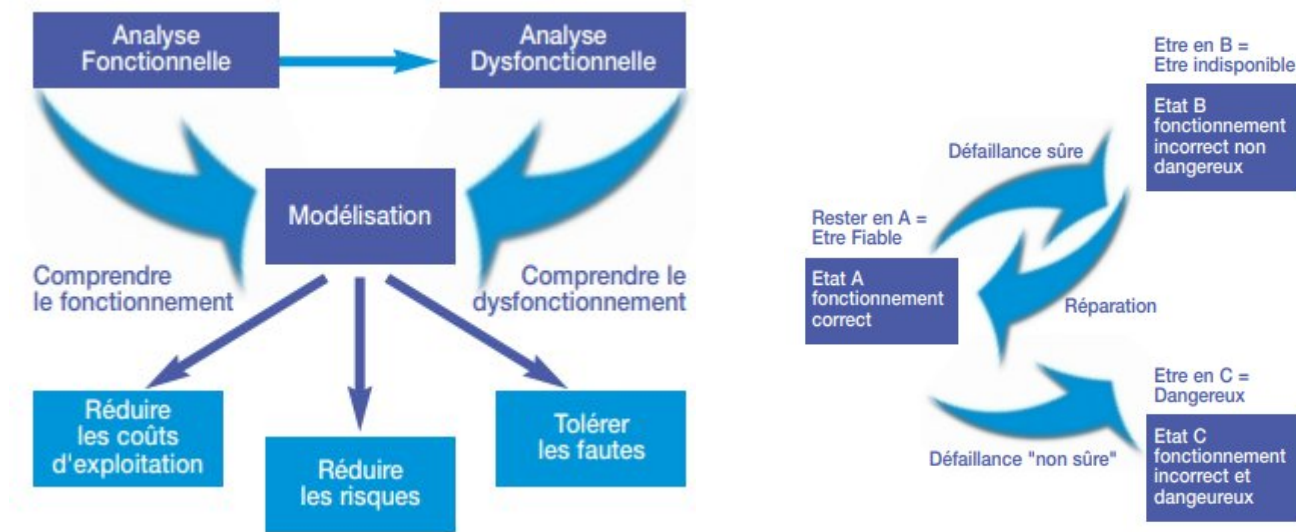


Figure 7. Schémas modélisation et répartition

Les résultats de ces deux études sont mis en commun dans une modélisation du système qui va représenter virtuellement celui-ci avant sa réalisation, tant dans son fonctionnement attendu que dans les pannes susceptibles de lui arriver.

En étudiant cette modélisation, il devient alors possible de valider ou invalider une solution technique, optimiser des choix architecturaux, remplacer des composants critiques, ceci dans le but de

- ✓ Réduire au maximum les risques ;
- ✓ Réduire au maximum les coûts d'exploitation ;
- ✓ Tolérer, dans la mesure du possible, certaines fautes en autorisant un fonctionnement en mode dégradé sous certaines conditions.

#### IV.5. Entraves

Commençons par d'entailler les entraves qui peuvent affecter le système et dégrader la sûreté de fonctionnement. Les entraves sont réparties en 3 notions : les fautes, les erreurs et les défaillances qui s'enchainent comme illustré dans la figure 15. Les définitions sont récursives car la défaillance d'un composant est une faute pour le système qui le contient.

**Définition 1** (Faute / Fault) La cause de l'erreur est une faute (par exemple un court-circuit sur un composant, une perturbation électromagnétique ou une faute de développement logiciel).

**Définition 2** (Erreur / Defect) La cause de la défaillance est une erreur affectant une partie de l'état du système (par exemple, une variable erronée).

**Définition 3** (défaillance / Failure) Une défaillance est la cessation de l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise.

**Définition 4** (Panne) La panne est l'inaptitude d'une entité à accomplir une mission. Une panne résulte toujours d'une défaillance

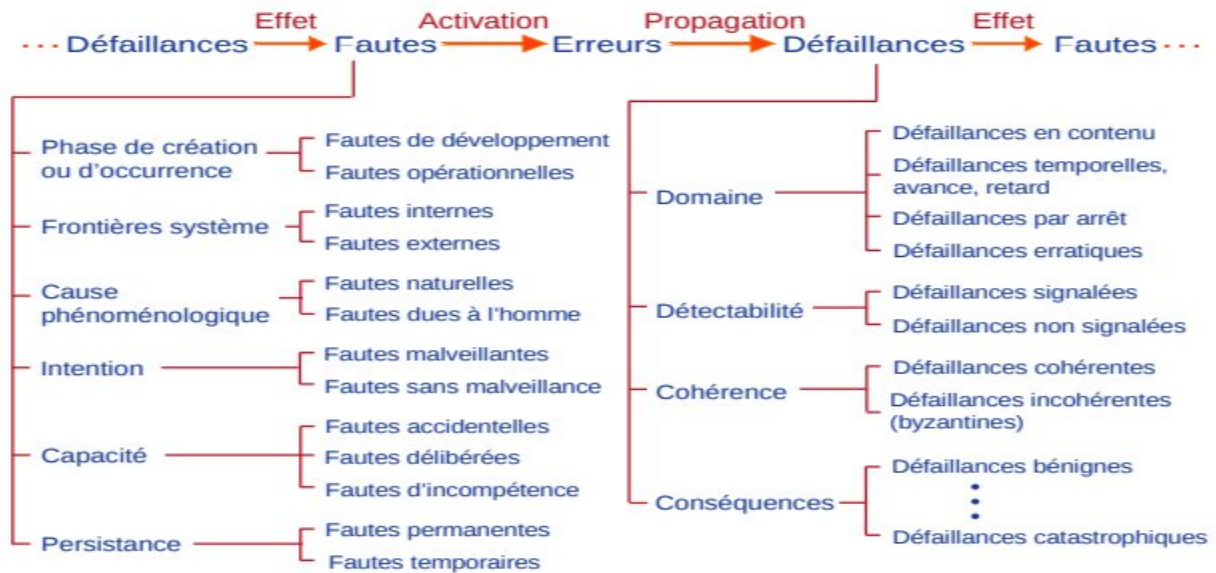


Figure 8. Enchainement et propagation des erreurs [Laprie96]

Les attributs de la sureté de fonctionnement sont parfois appelés FDMS pour Fiabilité, Disponibilité, Maintenabilité et Sécurité (RAMSS pour Reliability, Availability, Maintainability, Safety, Security).

**Définition 5** (Mode de défaillance / Failure mode)

Un mode de d' défaillance est l'effet par lequel une défaillance est observée. Plus, précisément, il s'agit d'un des états possibles d'une entité en panne pour une fonction requise donnée. On classe généralement les modes de défaillance en 4 catégories représentées dans la table 2

Table 2 Classification des modes de défaillance



Mode de défaillance	Explication
Fonctionnement prématuré (ou intempestif)	Fonctionne alors que ce n'est pas prévu à cet instant
ne fonctionne pas au moment prévu	ne démarre pas lors de la sollicitation
ne s'arrête pas au moment prévu	continue à fonctionner alors que ce n'est pas prévu
défaillance en fonctionnement	

**Définition 6** (System cohérent) Un système est dit cohérent si :

- la panne de tous les composants entraine la panne du système,
- le fonctionnement de tous les composants entraine le fonctionnement du système,
- lorsque le système est en panne, aucune défaillance supplémentaire ne s'établit le fonctionnement du système,
- lorsque le système est en fonctionnement, aucune réparation n'induit la panne du système.

**Définition 7** (Disponibilité / Availability) La disponibilité est l'aptitude d'une entité à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données, a un instant donne ou pendant un intervalle de temps donne, en supposant que la fourniture des moyens extérieurs n'nécessaires soit assurée. La fiabilité est la continuité de service.

**Définition 8** (Fiabilité / Reliability) La fiabilité (reliability) est l'aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise dans des conditions données pendant une durée donnée. La s'sécurité est l'aptitude à ne pas provoquer d'accidents catastrophiques.

**Définition 9** (S'sécurité innocuité / Safety) : La s'sécurité innocuité est l'aptitude d'une entité `a éviter de faire apparaitre, dans des conditions données, des évènements critiques ou catastrophiques. La maintenabilité est la capacité d'un système à revenir dans un état de fonctionnement correct après modifications et réparations.

**Définition 10** (Maintenabilité / Maintainability) Dans les conditions données d'utilisation, la maintenabilité est l'aptitude d'une entité à être maintenue ou rétablie, sur un intervalle de temps donne dans un ´état dans lequel elle peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données avec des procédures et des moyens prescrits.

**Définition 11** Un diagramme de fiabilité est d'défini par :

- ✓ Une entrée E, un corps de diagramme et une sortie S
- ✓ Un flux est transmis de E jusqu'à S en passant par les différents chemins.
- ✓ Défaillance d'une entité arrête le flux au niveau du composant.
- ✓ S'il n'existe pas de chemin jusqu'à S, le système est défaillant, sinon il fonctionne.
- ✓ Configuration série ou/et parallèle.

**Définition 12** (Chemin à succès) Un chemin à succès est un ensemble de blocs de base qui réalisent la fonction. Un chemin est dit minimal s'il ne contient aucun sous chemin.

**Définition 13** (Coupe) Une coupe décrit un ensemble de blocs de base dont la défaillance entraîne la défaillance du système. Une coupe est dite minimale si en retirant n'importe quel bloc de la liste, le système n'est plus défaillant. La taille (ou l'ordre) de la coupe est le nombre d'éléments dans la liste.

**Définition 14** (Taux de défaillance / Failure rate) Considérons un ensemble d'entités identiques et en fonctionnement à l'instant initial. On définit le taux de défaillance comme la proportion, ramenée à l'unité de temps, des entités qui ayant survécu à un temps arbitraire  $t$  ne sont plus en vie à l'instant  $t + dt$ .

Il est fréquent que les entités présentent des taux de défaillance en fonction du temps suivant une courbe dite en baignoire.

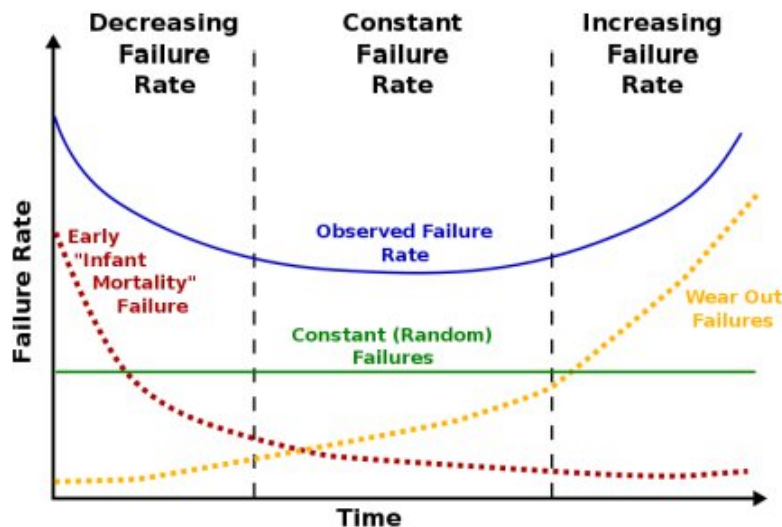


Figure 9. Taux de défaillance en fonction du temps [Wikipedia]

#### IV.6. Les moyens



Les moyens sont des solutions éprouvées pour casser les enchainements Faute → Erreur → défaillance et donc améliorer la fiabilité du système.

- ✓ La prévention de faute consiste à éviter des fautes qui auraient pu être introduites pendant le développement du système. Cela peut être accompli en utilisant des méthodologies de développement (cf DO 178 B/C) et de bonnes techniques d'implantation.
- ✓ L'élimination de faute peut être divisée en 2 catégories : élimination pendant la phase de développement et élimination pendant la phase d'utilisation. Pendant la phase de développement, l'idée est d'utiliser des techniques de vérification avancées de façon à détecter les fautes et les enlever avant envoi à la production. Pendant l'utilisation, il faut tenir à jour les défaillances rencontrées et les retirer pendant les cycles de maintenance.
- ✓ La prévision de faute consiste à anticiper les fautes (de manière qualitative ou probabiliste) et leur impact sur le système.
- ✓ La tolérance aux fautes consiste à mettre en place des mécanismes qui maintiennent le service fourni par le système, même en présence de fautes. On accepte dans ce cas un fonctionnement dégradé. La tolérance aux fautes repose sur l'utilisation de mécanismes de redondance, l'idée est de réaliser la même fonction par des moyens différents. On distingue plusieurs types de redondance :
  - ✓ Redondance homogène : on réplique plusieurs composants identiques
  - ✓ Redondance avec dissemblance : les sous-systèmes réalisent les mêmes fonctions mais sont différents (par exemple, plusieurs équipes de conception, matériel différent).
  - ✓ Redondance froide : les composants sont actifs quand ceux déjà actifs tombent en panne.
  - ✓ Redondance chaude : les composants tournent en parallèle et politique de prise de main.
  - ✓ D'autres mécanismes existent : L'idée est de récupérer plusieurs valeurs calculées par redondance et de déterminer quelle est la plus proche de la réalité.

#### **IV.7. Les méthodes d'évaluation de la sûreté de fonctionnement**

Une analyse prévisionnelle de sûreté de fonctionnement est un processus d'étude d'un système réel de façon à produire un modèle abstrait du système relatif à une caractéristique de

sûreté de fonctionnement (fiabilité, disponibilité, maintenabilité, sécurité). Les éléments de ce modèle seront des événements susceptibles de se produire dans le système et son environnement. Plusieurs méthodes peuvent être utilisés tels que :

APR Analyse Préliminaire des Risques, AMDE Analyse des Modes de Défaillances et de leurs Effets, MDF Méthode du Diagramme de fiabilité MDS Méthode du Diagramme de Succès, MTV Méthode de la Table de Vérité, MAC Méthode de l'Arbre des Causes ....

Analyse préliminaire des risques (APR)

L'APR est une méthode couramment utilisée dans le domaine de l'analyse des risques. Il s'agit d'une méthode inductive, systématique et assez simple à mettre en œuvre.

#### **AMDE :**

L'analyse des modes de défaillance et de leurs effets (AMDE) est une méthode proactive permettant de découvrir les défaillances potentielles des processus d'entreprise afin d'éviter qu'elles se produisent ou d'atténuer leurs effets en déterminant où elles peuvent se produire et leur impact. « AMDEC » c'est en effet ce terme qui est passé dans le langage courant des techniciens. Cependant, avant d'aborder l'AMDEC (analyse des modes de défaillance, de leurs effets et de leur criticité), nous nous intéressons à l'AMDE (analyse des modes de défaillance, de leur effet) pour les raisons suivantes :

La simple lecture de ces deux intitulés montre que la criticité viendra compléter l'AMDE pour donner l'AMDEC :

On réalise, dans tous les cas la partie AMDE, mais on ne procède pas toujours à l'évaluation de la criticité :

Les relations entre les défaillances et les effets (ou situations) qui en résultent constituent la partie AMDE, et il est fondamental de comprendre comment décrire ces relations.

### **IV.8. Gestion de Maintenance Assistée par Ordinateur GMAO**

**IV.8. 1. Définition G.M.A.O.** signifie Gestion de Maintenance Assistée par Ordinateur. Il s'agit d'un logiciel spécialisé pour réaliser la gestion d'un service technique. La Gestion de la Maintenance Assistée par Ordinateur est constituée d'une base de données (historique) qui est alimentée par le personnel de maintenance via un formulaire. Chaque GMAO est personnalisée selon les besoins spécifiques d'exploitation de l'historique ou le fonctionnement d'un site.

**IV.8. 2. Caractéristiques générales** : Un logiciel de GMAO permet de construire une base de données dans laquelle on retrouvera :

- ✓ Les articles du magasin, - Les fournisseurs,
- ✓ La gestion des entrées et sorties des articles,
- ✓ La gestion des achats,
- ✓ La gestion des actifs (équipements et sous-ensembles),
- ✓ La gestion des interventions correctives,
- ✓ La gestion des interventions préventives,
- ✓ La gestion des demandes d'interventions,
- ✓ Les analyses financières et le suivi des indicateurs de maintenance,
- ✓ La gestion des contacts clients et la facturation

**IV.8. 3. Intérêt de la MAO**

- ✓ La diminution de la consommation globale d'énergie (un matériel bien entretenu consomme moins d'énergie)
- ✓ La réduction du temps consacré à la maintenance préventive (meilleure planification)
- ✓ La diminution des heures supplémentaires (panne réparée en dehors des heures normales)
- ✓ La diminution du temps consacré au correctif ;
- ✓ La diminution des pertes de production due aux pannes ;
- ✓ La diminution du temps consacré à la gestion administrative du service maintenance
- ✓ Prolongation de la durée de vie des matériels due à une maintenance préventive mieux faite

**IV.8. 4. Élaboration d'un plan MAO** L'élaboration d'un plan dans ce domaine consiste à structurer le système d'information et d'organisation du service maintenance en vue de divers objectifs fondamentaux.

**a) Création de systèmes d'élaboration de la politique de maintenance**

- Définition des politiques de maintenance,
- Programme de base de la maintenance,
- Gamme de maintenance.

**b) Fiches de maintenance**

Création de systèmes liés au déclenchement des interventions préventives ou correctives :

- Diagnostic, recherche de l'origine de la panne et peut-être de sa cause,
- Gestion des demandes des travaux correctifs et d'amélioration,
- Déclenchement des interventions préventives.

**c) Création de modules liés à l'exécution des travaux**

- Préparation des interventions,
- Planification des interventions et des ressources,
- Lancement, suivre l'exécution des travaux,
- Créer une banque de données maintenance (historique).

La mise en place de tels systèmes se fait par deux démarches complémentaires ; une sur le site production :

- ✓ Connaissance des réseaux d'informations,
- ✓ Des données liées au matériel,
- ✓ Des rapports d'intervention,
- ✓ Connaissance des stocks pièces de rechange,
- ✓ Connaissance des limites des interventions, une au niveau de la direction ou de siège :
- ✓ Connaissance des informations provenant des autres sites de production,
- ✓ Des normes en vigueur dans la société,
- ✓ Des objectifs liés à la maintenance, (amélioration de la disponibilité, extension de l'expérience pour s'autres unités).

Une stratégie informatique devra en découler en proposant des priorités :

- ✓ Codification (nomenclature),
- ✓ Création de banques de données,
- ✓ Utilisation des moyens informatiques existants, acquisition de nouveaux,
- ✓ Suivi des résultats.

**d) Inventaire des logiciels de MAO**

Le souci croissant de gagner en efficacité, rapidité et technicité fait que la maintenance assistée par ordinateur prend une ampleur croissante. De nombreux logiciels se sont développés et sont en cours de production. Pour mieux choisir, il est nécessaire de classer ces logiciels. On peut proposer comme catégorie les secteurs suivants :

- la G.M.A.O industrie : gestion de maintenance assistée par ordinateur côté industrie ; (Ratios techniques, magasinage, fiche machines, suivi de projet, PERT, planification)

- la G.M.A.O. partie tertiaire : gestion des bâtiments (planification, aspect comptabilité)
- la G.M.A.O service après-vente : suivi de clientèle, analyse des retours clients ;
- l'aide au diagnostic algorithmique : arbre de défaillances, arbre de maintenance, etc.
- le monitoring : analyse des signaux, des alarmes, préventif conditionnel ;
- l'aide au diagnostic Système Expert
- la fiabilité : statistique, analyse de données.

#### **IV.8. 5. Système expert**

**a) Généralités** Les systèmes experts peuvent aider les industriels à résoudre des problèmes faisant appel aux spécialistes. Ils ne les remplacent pas en totalité, mais dupliquent leurs connaissances et ainsi font profiter à un plus grand nombre, compétences et savoir-faire de ces dit experts. Ainsi ces systèmes doivent contenir toutes les connaissances du domaine et être capables d'avoir une méthode de résolution analogue au raisonnement humain.

**b) Système expert et maintenance** Pour améliorer la maintenabilité, il est nécessaire de faciliter le diagnostic des pannes et de diminuer les temps d'immobilisation. Dans cette optique, le système expert est un auxiliaire précieux. Le S.E. offre l'avantage de s'appuyer sur les méthodes du raisonnement humain et surtout de pouvoir s'enrichir en fonction de la propre expérience des utilisateurs. Il doit :

- être apte à résoudre les problèmes (trouver la cause de la panne)
- être capable d'expliquer les résultats ;
- être capable d'apprendre par expérience ;
- être capable de restructurer ses connaissances ;

De transgresser une règle ;

- de juger la pertinence d'une donnée ;
- de juger sa compétence et de résoudre un problème,

#### **IV.8. 6. Présentation des Modules de fonctionnements**

Tous les progiciels de GMAO ont en commun la même structure modulaire proposant les mêmes fonctions. Mais, selon les logiciels, les fonctions remplies sont diversement dénommées, diversement réparties et diversement organisées. Le « cahier des charges » proposé pour chaque module n'a pas l'ambition d'être exhaustif (chaque service maintenance a ses propres critères), mais d'attirer l'attention sur certains points souvent négligés. Les modules analysés sont les suivants :

---

### **a) Module « gestion des équipements »**

Il s'agit de décrire et de coder l'arborescence du découpage allant de l'ensemble du parc à maintenir aux équipements identifiés et caractérisés par leur DTE (Dossier Technique Équipement) et leur historique, puis à leur propre découpage fonctionnel. À partir du code propre à l'équipement, le module doit permettre de :

- Pouvoir localiser et identifier un sous-ensemble dans l'arborescence ;
- Connaître l'indice de criticité fonctionnelle de l'équipement, sa durée d'usage relevé par compteur
- Accéder rapidement au « plan de maintenance » de l'équipement ;
- Pouvoir trouver ses caractéristiques techniques, historiques et commerciales à partir du DTE ;
- Pouvoir localiser un ensemble mobile, trouver son DTE et son historique (gestion multi site)
- Connaître ses consommations en énergie, en lubrifiants, etc.
- Connaître la liste des rechanges consommés ;
- Connaître le code des responsables exploitation et maintenance de l'équipement ;
- Accéder aux dessins et schémas relatifs à l'équipement contenus dans un logiciel de gestion documentaire (hors DTE).

### **b) Module « gestion du suivi opérationnel des équipements »**

À travers le module de suivi des performances d'un équipement, il s'agit de retrouver les indicateurs de fiabilité, de maintenabilité, de disponibilité et le taux de rendement synthétique TRS si la TPM est envisagée ou effective. Le choix des indicateurs prédétermine la nature des saisies nécessaires. Celles-ci doivent pouvoir se faire « au pied de la machine » et en temps réel, aussi bien en ce qui concerne les demandes que les comptes rendus.

### **c) Dans le cadre d'un suivi technique par l'indicateur Disponibilité** Le module doit être capable d'assurer la gestion en affichant :

Les graphes d'évolution des Di par périodes de suivi ;

Les graphes de Pareto se rattachant aux équipements par nature des arrêts ;

Le rappel des valeurs des indicateurs MTA (moyenne des temps d'arrêt) ou MTTR (mean time to repair ; en français TTR : temps technique de réparation) pour les dernières périodes.

### **d) Dans le cadre d'un suivi par le TRS**

Le module doit être capable, à partir des données opérationnelles liées aux pertes ; de performances, aux pertes de qualité et aux pertes de disponibilité, de calculer les trois taux et

leur produit (le TRS) par période, de montrer leur évolution, de présenter l'affichage Analytique des valeurs après sélection, pour diagnostic. De façon plus générale, l'agent des Méthodes doit être capable de trouver à travers ce module tous les éléments quantitatifs lui Permettant d'approfondir une analyse de logistique, de fiabilité, de maintenabilité ou de disponibilité.

**e) Module « gestion des interventions »**

Nous savons qu'en ordonnancement il existe plusieurs procédures adaptées à la nature des travaux. Pour les nombreux petits travaux, pas de demande DT (demande de travail) ni d'attribution de numéro, mais un enregistrement rapide à posteriori de leur durée, de leur localisation et de leur nature. Il est nécessaire de créer une bibliothèque des différents codes utiles afférents, aux intervenants, aux différents statuts de l'intervention. D'autre part, à chaque équipement doit correspondre une bibliothèque de codes standards, relatifs au découpage de l'équipement, à l'effet déclenchant (souvent appelé par erreur « cause » d'arrêt) et à la cause identifiée.

**f) Pour les DT, demandes de travaux**

Le module doit permettre : • la création d'un numéro DT, • l'horodatage de la demande, avec identification du demandeur et du secteur (code client) et l'urgence ou le délai attribué ; • le suivi possible du statut de la demande par le demandeur (code des différents statuts).

**g) Au niveau de la préparation de l'OT**

Le module doit permettre :

- L'insertion de gammes de maintenance préétablies ;
- Les réservations d'outillages, de moyens spéciaux, de pièces de rechanges, etc;
- L'affectation des ressources ;
- Le regroupement de la gamme de maintenance avec des plans, des pictogrammes et des schémas extraits d'un logiciel de gestion documentaire ;
- L'insertion automatique de procédures de sécurité liées à certains secteurs ou à certains équipements
- L'intégration d'un groupe de travaux à un gestionnaire de projet, avec graphismes Gantt et PERT.

**h) Pour les comptes rendus d'intervention** Le module doit permettre :

- La saisie « facile et rapide » (critère très important) des paramètres et de la caractérisation de l'intervention, même et surtout s'il s'agit d'une correction de micro-défaillance ;

- L'utilisation par les dépanneurs d'une borne en libre-service, située à proximité immédiat du site d'intervention, réduisant ainsi les distances et les temps de saisie d'intervention ;
- De caractériser l'intervention par les codes de la bibliothèque de l'équipement (localisation, cause, etc.)
- L'imputation des travaux à des comptes analytiques ;
- De distinguer les durées d'intervention des durées d'indisponibilité ;
- D'enrichir chronologiquement l'historique de l'équipement dès la clôture de l'OT ;
- De connaître les consommations de pièces utilisées, éventuellement leurs valeurs ;
- La rédaction d'un texte libre contenant les remarques et les suggestions de l'intervenant. Par contre, il ne doit pas donner l'impression d'une « inquisition », mais d'un besoin de savoir pour mieux comprendre et améliorer avec l'aide du technicien d'intervention.

Pour la gestion des travaux externalisés Le module doit permettre une gestion semblable aux procédures de préparation et d'ordonnancement internes :

- Émission de DTE (demande de travaux externalisés) pour les prestations ponctuelles ;
- Création de contrats-type (clauses techniques, économiques et techniques, plan de sécurité) qu'il suffit d'adapter à chaque commande.

**IV.8. 7. Module gestion du préventif :** Le module permettra de gérer la maintenance systématique à travers un planning Calendaire par équipement, les dates étant prédéterminées ou déterminées à partir d'un relevé de compteur (ou d'une mesure dans le cas de la maintenance conditionnelle). Le déclenchement sera automatique, par listing hebdomadaire des opérations prévues dans la semaine. Chaque opération sera définie par sa gamme préventive. Le module devra aussi permettre un déclenchement « manuel d'opportunité », par exemple par anticipation d'une opération préventive à la suite d'un arrêt fortuit.

**a) Module « gestion des stocks »** Le système repose sur le « fichier des articles » en magasin comprenant les « lots de maintenance » par équipement et sur les mouvements entrées/sorties du magasin. Une fiche article doit comprendre :

- Le code article défini par l'organisation interne, son libellé et sa désignation technique ;
- Le code article du ou des fournisseurs et le code fournisseur (et fabricant éventuellement) ;
- Le code du gisement en magasin ;
- Les codes des articles de substitution, en cas de rupture ;
- Le rattachement aux équipements possédant cet article ;



- Le prix unitaire et le prix moyen pondéré automatiquement calculé ;
- Les quantités en stock, commandées en attente ;
- La méthode de réapprovisionnement et ses paramètres (stock de sécurité, stock maxi. etc.) ;
- Les dates des derniers mouvements ;
- L'historique des consommations. Les outils d'analyse du stock en nature et en valeurs sont :
- Le classement des articles en magasin par valeurs et par taux de rotation ;
- La valeur des stocks par nature et par périodes (mois par mois) ;
- La liste des articles « dormants » ;
- La liste des cas de ruptures de stock (demandes non satisfaites).

**b) Module « gestion des approvisionnements et des achats »** Caractéristiques de la fonction en maintenance : beaucoup de références et de fournisseurs pour des quantités faibles et des délais courts. Ce module doit permettre, en interface avec le logiciel du service « achat » de maîtriser et de gérer avec aisance

**c) Module « analyses des défaillances »** La base de ce module est constituée des historiques, automatiquement alimentés par Chaque saisie de BPT (bon de petits travaux) et d'OT (ordre de travail) mis en famille par ses codes d'imputation. À partir d'un équipement donné.

**d) Module « budget et le suivi des dépenses »** La gestion analytique ne permet que des « macroanalyses » des comptes. Un découpage plus fin de la fonction maintenance doit donc pouvoir permettre des analyses détaillées grâce à la GMAO, l'objectif étant le suivi de l'évolution des dépenses par activité dans un budget donné. Quelques éléments du cahier des charges à préciser, c'est-à-dire le module permet-il :

La création d'un nouveau budget en modifiant des chapitres de l'ancien ?

- La comparaison entre plusieurs exercices ?
- La prise en compte des frais généraux du service ?
- L'éclatement en coûts directs et indirects (pertes de qualité, de production, etc.) ?
- La ventilation des coûts par équipement, par « client », par type d'activité de maintenance,

**e) Module « gestion des ressources humaines »**

Spécifiquement adapté au service maintenance, ce module sera principalement une aide à l'ordonnancement. Il sera construit autour d'un « fichier-technicien » pouvant comprendre, pour

chacun : • la qualification, les habilitations, les diplômes, l'ancienneté dans son échelon actuel, les différentes affectations, l'affectation actuelle, etc. ;

## **Chapitre V**

### **Application des chaines de Markov à la sureté de fonctionnement**

## **V. Application des chaines de Markov à la sureté de fonctionnement**

Andreï Markov a publié les premiers résultats sur les chaines de Markov à espace d'états fini en 1906. Une généralisation à un espace d'états infini dénombrable a été publiée par Kolmogorov en 1936. Les processus de Markov sont liés au mouvement brownien et à l'hypothèse ergodique, deux sujets de physique statistique qui ont été très importants au début du XX<sup>e</sup> siècle.

Les chaines de Markov sont couramment employées en sureté de fonctionnement pour les calculs de fiabilité et de disponibilité des systèmes techniques, en particulier pour modéliser des successions de pannes, réparations, changements de configuration

Les applications sont:

- le calcul de disponibilité et de fiabilité d'un système ;
- le calcul de disponibilité moyenne, MTTF, temps de séjour dans un état.

Ces applications permettent de comparer des conceptions, des stratégies de maintenance, des stratégies de reconfiguration (logiques de vote). En général, deux état sont considérés pour un composant du système (en fonctionnement/défaillant), mais il est possible d'en représenter plus (dégradé, en attente, en réparation...).

Le bénéfice principal est sa mise en œuvre aisée, sous forme proche d'un graphe d'états.

Leurs limites dans cette application sont l'emploi exclusifs de transition à taux constant (loi exponentielle) et l'explosion combinatoire lorsque le nombre d'états augmente (le nombre d'états augmente exponentiellement avec le nombre de composants).

**Exemple :** Un système de  $n$  composants ayant chacun deux états, a un nombre d'états est de l'ordre de  $2^n$ . Si les composants ont 3 états, il est de l'ordre de  $3^n$ , etc.

L'emploi de taux de transitions non constants est possible avec des processus semi-markoviens. Dans ce cas, les réseaux de Petri stochastiques sont employés. Des solutions au problème d'explosion combinatoire ont été développées et implémentées dans les logiciels spécialisés.

En mathématiques, une chaîne de Markov est un processus de Markov à temps discret, ou à temps continu et à espace d'états discret. Un processus de Markov est un processus stochastique possédant la propriété de Markov : l'information utile pour la prédiction du futur est entièrement contenue dans l'état présent du processus et n'est pas dépendante des états antérieurs (le système n'a pas de mémoire). Les processus de Markov portent le nom de leur inventeur, Andreï Markov.

Un processus de Markov à temps discret est une séquence  $(X_0, X_1, X_2, \dots)$  de variables aléatoires à valeurs dans l'espace des états, qu'on notera  $E$  dans la suite. La valeur  $X_n$  est l'état du processus à l'instant  $n$ . Les applications où l'espace d'états  $E$  est fini ou dénombrable sont innombrables : on parle alors de chaîne de Markov ou de chaîne de Markov à espace d'états discret. Les propriétés essentielles des processus de Markov généraux, par exemple les propriétés de récurrence et d'ergodicité, s'énoncent ou se démontrent plus simplement dans le cas des chaînes de Markov à espace d'états discret.

### V.1 Propriété de Markov.

En probabilité, un processus stochastique vérifie la propriété de Markov si et seulement si la distribution conditionnelle de probabilité des états futurs, étant donnés les états passés et l'état présent, ne dépend en fait que de l'état présent et non pas des états passés (absence de « mémoire »). Un processus qui possède cette propriété est appelé processus de Markov. Pour de tels processus, la meilleure prévision qu'on puisse faire du futur, connaissant le passé et le présent, est identique à la meilleure prévision qu'on puisse faire du futur, connaissant uniquement le présent : si on connaît le présent, la connaissance du passé n'apporte pas d'information supplémentaire utile pour la prédiction du futur.

C'est la propriété caractéristique d'une chaîne de Markov : en gros, la prédiction du futur à partir du présent n'est pas rendue plus précise par des éléments d'information supplémentaires concernant le passé, car toute l'information utile pour la prédiction du futur est contenue dans l'état présent du processus. La propriété de Markov faible possède plusieurs formes équivalentes qui reviennent toutes à constater que la loi conditionnelle de  $X_{n+1}$  sachant le passé, i.e. sachant  $((X_k)_{0 \leq k \leq n})$  est une fonction de  $X_n$ .

Propriété de Markov faible « élémentaire » Pour tout  $n \geq 0$ , pour toute suite

d'états  $(i_0, \dots, i_{n-1}, i, j) \in E^{n+2}$ ,  $(i_0, \dots, i_{n-1}, i, j) \in E^{n+2}$

$$\mathbb{P}(X_{n+1} = j \mid X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}, X_n = i) = \mathbb{P}(X_{n+1} = j \mid X_n = i)$$

On suppose le plus souvent les chaînes de Markov homogènes, i.e. on suppose que le mécanisme de transition ne change pas au cours du temps. La propriété de Markov faible prend alors la forme suivante :

$$\forall n \geq 0, \forall (i_0, \dots, i_{n-1}, i, j) \in E^{n+2},$$

$$\mathbb{P}(X_{n+1} = j \mid X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}, X_n = i) = \mathbb{P}(X_1 = j \mid X_0 = i)$$

Notons que les événements passés  $\{(X_0, \dots, X_n) \in A\}$  et

futurs  $\{(X_n, X_{n+1}, \dots) \in B\}$  prennent ici la forme la plus générale possible, alors que

l'évènement présent  $\{X_n = i\}$  reste sous une forme particulière, et pas par hasard : si on

remplace  $\{X_n = i\}$  par  $\{X_n \in C\}$  dans l'énoncé ci-dessus, alors l'énoncé devient faux en général, car l'information sur le passé devient utile pour prévoir le présent et partant de là, pour prévoir le futur.

C'est la propriété caractéristique d'une chaîne de Markov : la prédiction du futur à partir du

présent n'est pas rendue plus précise par des éléments d'information supplémentaires

concernant le passé, car toute l'information utile pour la prédiction du futur est contenue dans

l'état présent du processus. La propriété de Markov faible possède plusieurs formes

équivalentes qui reviennent toutes à constater que la loi conditionnelle de  $X_{n+1}$  sachant le

passé, c'est-à-dire sachant  $(X_k)_{0 \leq k \leq n}$ , est une fonction de  $X_n$  seul :  $\forall n \geq 0, \forall (i_0, \dots, i_{n-1}, i, j) \in E^{n+2}$  tel

que  $P(X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}, X_n = i) > 0$ ,  $P(X_{n+1} = j \mid X_0 = i_0, X_1 = i_1, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}, X_n = i) = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i)$ .

Une variante courante des chaînes de Markov est la chaîne de Markov homogène, pour

laquelle la probabilité de transition est indépendante

Pour une application intéressante des chaînes de Markov non homogènes à l'optimisation combinatoire, voir l'article Recuit simulé. Il existe une propriété de Markov forte, liée à la notion de temps d'arrêt : cette propriété de Markov forte est cruciale pour la démonstration de résultats importants (divers critères de récurrence, loi forte des grands nombres pour les chaînes de Markov

**V.1.1 Critère fondamental** : Soit une suite  $Y=(Y_n)_{n \geq 1}$  de variables aléatoires indépendantes et de même loi, à valeurs dans un espace  $F$ , et soit  $f$  une application mesurable de  $E \times F$  dans  $E$ .

Supposons que la suite  $X=(X_n)_{n \geq 0}$  est définie par la relation de récurrence:  $\forall n \geq 0, X_{n+1} = f(X_n, Y_{n+1})$ , et supposons que la suite  $Y$  est indépendante de  $X_0$ . Alors  $X$  est une chaîne de Markov homogène.

**Exemple**: le problème du collectionneur de vignettes:

Petit Pierre fait la collection des portraits des onze joueurs de l'équipe nationale de football, qu'il trouve sur des vignettes à l'intérieur de l'emballage des tablettes de chocolat; chaque fois qu'il achète une tablette il a une chance sur 11 de tomber sur le portrait du joueur  $n_k$  (pour tout  $k$ ). On note  $X_n \in P([1, 11])$  l'état de la collection de Petit Pierre, après avoir ouvert l'emballage de sa  $n^{\text{e}}$  tablette de chocolat.  $X=(X_n)_{n \geq 0}$  est une chaîne de Markov partant de  $X_0 = \emptyset$ , car elle rentre dans le cadre précédent pour le choix  $F = [1, 11]$ ,  $E = P(F)$ ,  $f(x, y) = x \cup \{y\}$ , puisque  $X_{n+1} = X_n \cup \{Y_{n+1}\}$ , où les variables aléatoires  $Y_n$  sont des variables aléatoires indépendantes et uniformes sur  $[1, 11]$ : ce sont les numéros successifs des vignettes tirées des tablettes de chocolat. Le temps moyen nécessaire pour compléter la collection (ici le nombre de tablettes que Petit Pierre doit acheter en moyenne pour compléter sa collection) est, pour une collection de  $N$  vignettes au total, de  $NH_N$ , où  $H_N$  est le  $N^{\text{e}}$  nombre harmonique. Par exemple,  $11H_{11} = 33,2 \dots$  tablettes de chocolat.

### V.1.2 Probabilités de transition

Le nombre  $P(X_1=j | X_0=i)$  est appelé probabilité de transition de l'état  $i$  à l'état  $j$  en un pas, ou bien probabilité de transition de l'état  $i$  à l'état  $j$ , s'il n'y a pas d'ambiguïté. On note souvent ce nombre  $p_{i,j}$ :  $p_{i,j} = P(X_1=j | X_0=i)$ .

La famille de nombres  $P=(p_{i,j})_{(i,j) \in E^2}$  est appelée matrice de transition, noyau de transition, ou opérateur de transition de la chaîne de Markov.

La terminologie matrice de transition est la plus utilisée, mais elle n'est appropriée, en toute rigueur, que lorsque, pour un entier  $n \geq 1$ ,  $E = \{1, 2, \dots, n\}$ . Lorsque  $E$  est fini, par exemple de

cardinal  $n$ , on peut toujours numéroter les éléments de  $E$  arbitrairement de 1 à  $n$ , ce qui règle le problème, mais imparfaitement, car cette renumérotation est contre-intuitive dans beaucoup d'exemples.

## V.2 Modèle des urnes d'Ehrenfest

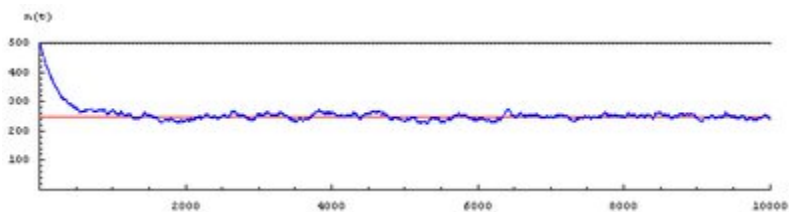
Le modèle des urnes est un modèle stochastique introduit en 1907 par les époux Ehrenfest pour illustrer certains des « paradoxes » apparus dans les fondements de la mécanique statistique naissante<sup>1</sup>. Peu de temps en effet après que Boltzmann a publié son théorème H, des critiques virulentes furent formulées, notamment par Loschmidt, puis par Zermelo, Boltzmann étant accusé de pratiquer des « mathématiques douteuses ».

Ce modèle est parfois également appelé le « modèle des chiens et des puces ». Le mathématicien Mark Kac a écrit à son propos qu'il était :

**V.2.1. Définition du modèle stochastique :** On considère deux urnes A et B, ainsi que  $N$  boules, numérotées de 1 à  $N$ . Initialement, toutes les boules se trouvent dans l'urne A. Le processus stochastique associé consiste à répéter l'opération suivante :

Tirer au hasard un numéro  $i$  compris entre 1 et  $N$ , prendre la boule  $n^{\circ}i$ , la transférer dans l'urne où elle n'était pas. Par convention, le premier instant est  $t=0$ .

### V.2.2. Dynamique du modèle



$N = 500$  boules ; 10000 tirages.

Dans ce modèle, on suit au cours du temps  $t$  (discret) le nombre total de boules  $n(t)$  présentes dans l'urne A. On obtient une courbe qui part initialement de  $n(0)=N$  et commence par décroître vers la valeur moyenne  $N/2$ , comme on pourrait s'y attendre pour un « bon » système thermodynamique initialement hors d'équilibre et relaxant spontanément vers l'équilibre.

### V.2.3. Version « modèle des chiens et des puces »

Deux chiens se partagent  $N$  puces de la manière suivante : à chaque instant, une des  $N$  puces est choisie au hasard et saute alors d'un chien à l'autre. L'état du système est décrit par un élément  $x=(x_1, x_2, \dots, x_N) \in \{0, 1\}^N$ , où possèdent des  $2^N$  éléments, une des  $N$  coordonnées  $x_i$  au hasard et à changer sa valeur.  $x_i=0$  ou 1 selon que la puce  $n^{\circ}i$  est sur le 1er ou sur le 2e chien.

ESi l'on veut comprendre le système moins en détail (car on n'est pas capable de reconnaître une puce d'une autre), on peut se contenter d'étudier le nombre de puces sur le chien  $n_1$ , ce qui revient à choisir  $E=\{0,1,2,\dots,N\}$ . là encore, pour la compréhension, il serait dommage de renuméroter les états de 1 à  $N+1$ .  $N$ .

Notons que pour cette nouvelle modélisation,  $p_k, k+1=N-kN$  et  $p_k, k-1=kN$ , puisque, par exemple, le nombre de puces sur le dos du chien  $n_1$  passe de  $k$  à  $k-1$  si c'est une de ces  $k$  puces qui est choisie pour sauter, parmi les  $N$  puces présentes dans le système.

Ce modèle porte plus souvent le nom de modèle des urnes d'Ehrenfest. Il a été introduit en 1907 par Tatiana et Paul Ehrenfest pour illustrer certains des « paradoxes » apparus dans les fondements de la mécanique statistique naissante, et pour modéliser le bruit rose. Le modèle des urnes d'Ehrenfest était considéré par le mathématicien Mark Kac comme l'un des modèles les plus instructifs.

Plutôt que de renuméroter les états à partir de 1, il est donc plus ergonomique dans beaucoup de cas d'accepter des matrices finies ou infinies dont les lignes et colonnes sont numérotées à l'aide des éléments de  $E$ . Le produit de deux telles matrices  $A=(a_{i,j})$  et  $B=(b_{i,j})$  avec  $(i,j) \in E^2$  est alors défini très naturellement par,  $(AB)_{i,j} = \sum_{l \in E} a_{i,l} b_{l,j}$  analogie avec la formule plus classique du produit de deux matrices carrées de même taille.

$$n, (AB)_{i,j} = \sum_{k=1}^n a_{i,k} b_{k,j}$$

### V.3 Graphe d'une chaine de Markov

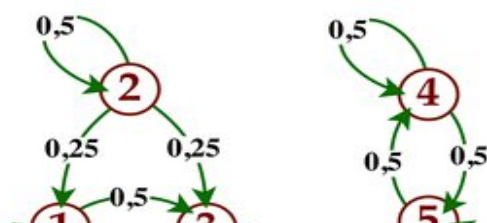
Graphe d'une chaine de Markov non irréductible à espace d'états fini, possédant 3 classes :  $\{2\} \rightarrow \{1,3\}$  et  $\{4,5\}$ . Les classes  $\{1,3\}$  et  $\{4,5\}$  sont finales.

Le graphe  $G$  d'une chaine de Markov est le graphe orienté défini à partir de l'espace d'états  $E$  et de la matrice de transition  $P=(p_{i,j})$  avec  $(i,j) \in E^2$  de cette chaine de Markov les sommets de  $G$  sont les éléments de  $E$ , les arêtes de  $G$  sont les couples  $(i,j) \in E^2$  vérifiant  $p_{i,j} > 0$ .

Figure. 16. Graphe d'une chaine de Markov non irréductible à espace d'états fini, possédant 3 classes  $\{2\} \rightarrow \{1,3\}$  et  $\{4,5\}$ . Les classes  $\{1,3\}$  et  $\{4,5\}$

#### V.3.1 Classification des états

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$





Pour  $(i,j) \in E^2$   $(i,j) \in E^2$ , on dit que l'état  $j$  est accessible à partir de l'état  $i$  si et seulement s'il existe un entier  $n \geq 0$  tel que  $P(X_n=j | X_0=i) > 0$ . On note :

$$\{j \leftarrow i\} \Leftrightarrow \left\{ \exists n \geq 0 \text{ tel que } p_{i,j}^{(n)} > 0 \right\} \quad \{j \leftarrow i\} \Leftrightarrow \{ \exists n \geq 0 \text{ tel que } p_{i,j}(n) > 0 \}.$$

On dit que les états  $i$  et  $j$  communiquent si et seulement s'il existe  $(m,n) \in \mathbb{N}^2$   $(n,m) \in \mathbb{N}^2$  tels que  $P(X_m=j | X_0=i) > 0$   $P(X_n=j | X_0=i) > 0$  et  $P(X_m=j | X_0=j) > 0$  et  $P(X_n=j | X_0=j) > 0$  et  $P(X_n=j | X_0=i) > 0$  :  $P(X_m=i | X_0=j) > 0$ . On note :

$$\{j \leftrightarrow i\} \Leftrightarrow \{j \leftarrow i \text{ et } i \leftarrow j\} \quad \{j \leftrightarrow i\} \Leftrightarrow \{j \leftarrow i \text{ et } i \leftarrow j\}.$$

La relation communiquer, notée  $\leftrightarrow$ , est une relation d'équivalence. Quand on parle de classe en parlant des états d'une chaîne de Markov, c'est généralement aux classes d'équivalence pour la relation qu'on fait référence. Si tous les états communiquent, la chaîne de Markov est dite irréductible.

La relation être accessible, notée  $\leftarrow$ , s'étend aux classes d'équivalence : pour deux classes  $C$  et  $C'$ , on a  $\{C \leftarrow C'\} \Leftrightarrow \{\exists (i,j) \in C \times C', i \leftarrow j\} \Leftrightarrow \{\forall (i,j) \in C \times C', i \leftarrow j\}$ .

La relation  $\leftarrow$  est une relation d'ordre entre les classes d'équivalence.

Une classe est dite finale si elle ne conduit à aucune autre, i.e. si la classe est minimale pour la relation  $\leftarrow$ . Sinon, la classe est dite transitoire.

Soit  $M_{ij} = \{n \geq 0 | P(X_n=j | X_0=i) > 0\}$ .

La période d'un état est le PGCD de l'ensemble  $M_{ii}$ . Si deux états communiquent, ils ont la même période : on peut donc parler de la période d'une classe d'états. Si la période vaut 1, la classe est dite aperiodique.

La classification des états se lit de manière simple sur le graphe de la chaîne de Markov.

### V.3.2 Marche aléatoire sur un groupe fini :

On se donne un groupe  $(G, \oplus)$  et une mesure de probabilité  $\mu$  sur ce groupe, ainsi qu'une suite  $(Y_n)_{n \geq 1}$  de variables aléatoires indépendantes de loi  $\mu$ . On pose  $X_0 = x_0 \in G$  et  $\forall n \geq 1, X_n = X_{n-1} \oplus Y_n$ .

Alors  $(X_n)_{n \geq 0}$  est appelée marche aléatoire de pas  $\mu$  sur le groupe  $(G, \oplus)$ . Le processus stochastique  $(X_n)_{n \geq 0}$  est un processus de Markov. C'est une chaîne de Markov si  $G$  est fini ou dénombrable (en ce cas  $\mu = (\mu_g)_{g \in G}$ ). Notons  $\text{supp}$

$\mu \text{supp}(\mu)$  le support de  $\mu$  :  $\text{Supp}(\mu) = \{g \in G | \mu_g > 0\}$  et notons  $H$  le sous-groupe engendré par  $\text{supp}(\mu)$ . Alors les classes à droite modulo  $H$ , (de type  $xH = \{xh | h \in H\}$ ) sont aussi les classes pour la relation  $\leftrightarrow$ .  
 $\leftrightarrow$ . Ces classes sont toutes finales.

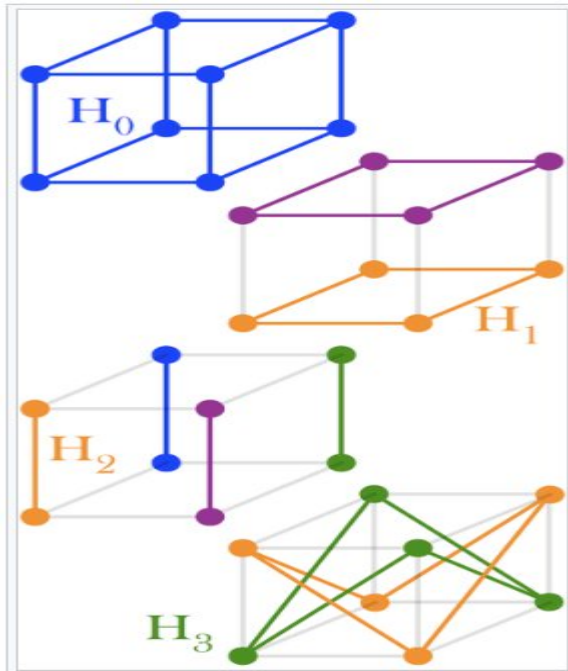


Figure .17. Classes, modulo différents sous-groupes, du cube vu comme le groupe, et classes finales de certaines marches aléatoires sur le cube.

#### V.4. Réseaux de Petri

**V.4.1 Introduction :** Carl Adam Petri est un mathématicien allemand qui a défini un outil mathématique très général permettant de décrire des relations existantes entre des conditions et des événements, de modéliser le comportement de systèmes dynamiques à événements discrets.

- ✓ Début des travaux 1960-1962 : ont donné lieu à de nombreuses recherches.
- ✓ 1972-1973, utilisation de cet outil pour la description d'automatismes logiques, ce qui a débouché sur le Grafcet. Cet outil permet l'analyse qualitative. Il existe différents types de réseaux de Petri : temporisés, interprètes, stochastiques, colorés, continus et hybrides.

**V.4.2 Les notions de base de réseaux de Petri** Un Réseau de Petri est un graphe orienté comportant Un ensemble fini de places,  $P = \{P_1, P_2, P_3, \dots, P_m\}$ , symbolisées par des cercles et représentant des conditions :

Une ressource du système (une machine, un stock, un convoyeur, ...)

L'état d'une ressource du système (machine libre, stock vide, convoyeur en panne, .....)

Un ensemble fini de transitions,  $T = \{T_1, T_2, T_3, \dots, T_n\}$ , symbolisées par des traits et représentant l'ensemble des évènements (les actions se déroulant dans le système) dont l'occurrence provoque la modification de l'état du système.

- ✓ Un ensemble fini d'évènements associés à chaque transition.
- ✓ Un ensemble fini d'arcs orientés qui assurent la liaison d'une place vers une transition ou d'une transition vers une place.

Figure 17 : Application d'incidence avant

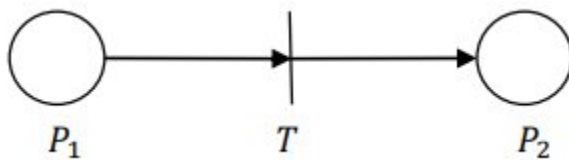
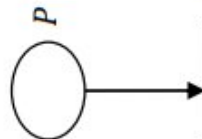


Figure 18 : Application d'incidence arrière



$I_1, \dots, I_N$  est l'ensemble des places,  $T = \{T_1, T_2, T_3, \dots, T_L\}$  est l'ensemble des transitions, Entrée (ou Pré) est une application, Entrée:  $P \times T \rightarrow \mathbb{N}$ , appelée application d'incidence avant.

$M_0$  est l'état initial  $P \rightarrow \mathbb{R}$ .

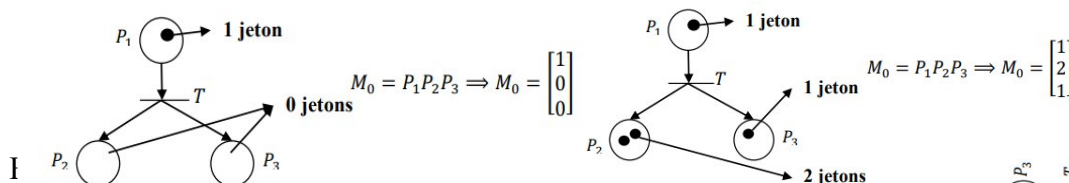


Figure 19 : Réseau de Petri marqué

- Établir la matrice d'incidence  $W$

Réponse :

$$\text{Pré} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Post} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

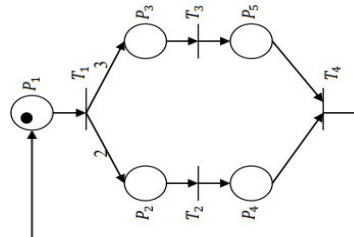


Figure 20

### V.4. 3 Propriétés des réseaux de Petri

Dans cette section, on considère les réseaux de Petri ordinaires et nous présentons les propriétés qui nous seront nécessaires pour la présentation de notre contribution. Marquages accessibles : On notera  $M_R$  l'ensemble des marquages accessibles d'un RdP  $R$  à partir du marquage initial  $M_0$ . RdP borné : Une

place  $P_i$  est dit bornée pour un marquage initial  $M_0$  s'il existe un entier naturel  $k$ , tel que pour tout marquage accessible à partir de  $M_0$ , le nombre de marques dans  $P_i$  est inférieur ou égal à  $k$ .

Transition vivante : Une transition  $T_j$  est vivante pour un marquage initial  $M_0$  si pour tout marquage accessible  $M_i \hat{=} M_R$ , il existe une séquence de franchissement  $S$  qui contient la transition  $T_j$ , à partir de  $M_i$ .

RdP vivant : Un RdP est vivant pour un marquage initial  $M_0$  si toutes ses transitions sont vivantes pour  $M_0$ .

Blocage : un blocage est un marquage tel qu'aucune transition ne peut être validée.

Conflit structurel : Un conflit structurel correspond à un ensemble d'au moins 2 transitions  $T_1$  et  $T_2$  qui a une place d'entrée en commun  $P_i$ .

Conflit effectif dans un RdP sauf : Il y a un conflit effectif dans un RdP sauf lorsqu'il y a au moins deux transitions validées synchronisées avec le même évènement.

Invariants : Soit  $R$  un RdP et  $P$  l'ensemble de ses places. On a un invariant de marquage, s'il existe un sous-ensemble de places  $P'$  inclus dans  $P$  et un vecteur de pondération  $Q = (q_1, q_2, \dots, q_r)$ , dont tous les poids  $q_i$  sont des nombres entiers positifs, tels que :  $q_1 M(P_1) + q_2 M(P_2) + \dots + q_r M(P_r) = \text{constante}$ , pour tout  $M \hat{=} M_R$ .

Le franchissement d'une transition ne peut s'effectuer que si chacune des places en amont de cette transition contient au moins une marque. On dit alors que la transition est franchissable ou validée. Le franchissement d'une transition fait évoluer le marquage du réseau en retirant une marque de chacune des places en amont de la transition et en ajoutant une marque dans chacune des places en aval de la transition. Pour les RdP saufs, il y a un seul franchissement à la fois, et la durée de ce franchissement est nulle. Dans un RdP synchronisé, une transition validée est franchie à l'occurrence de l'évènement qui lui est associé.

La transition  $T_1$  est franchissable lorsque l'évènement  $s_1$  se produit :

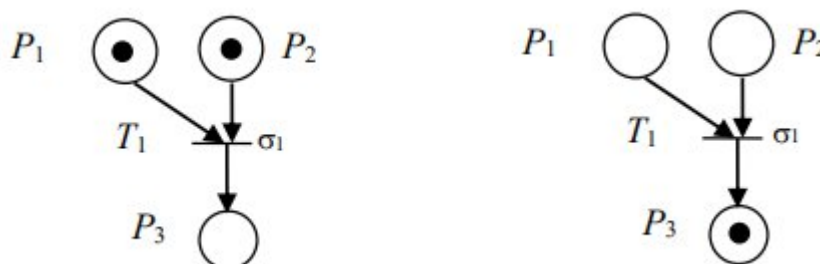
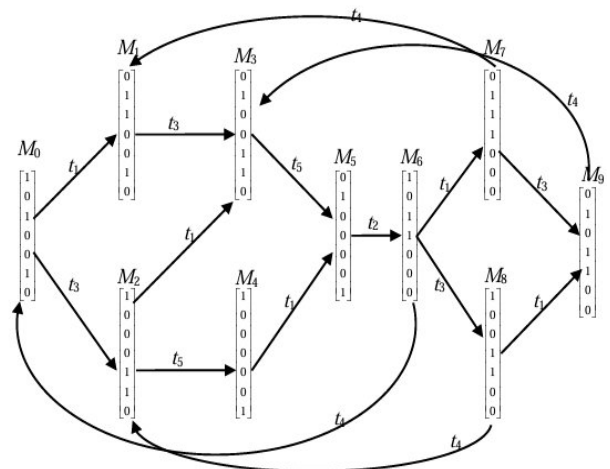
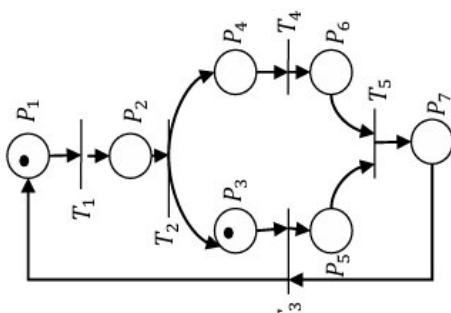


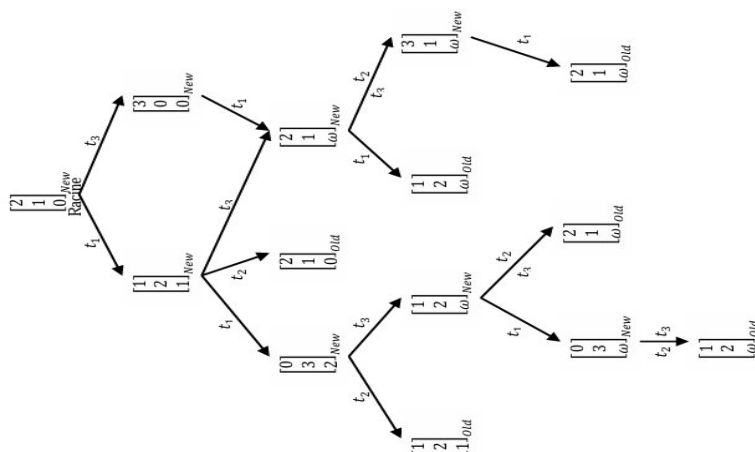
Figure. 21 : Franchissement d'une transition

A chaque séquence de franchissement, est associé un vecteur caractéristique noté  $\bar{s}$ . C'est un vecteur de dimension L (nombre de transitions) où le composant numéro j correspond au nombre de franchissements de la transition  $T_j$  dans la séquence S. Si la séquence de franchissement S est réalisable à partir d'un marquage  $M_i$ , le marquage atteint  $M_k$  est donné par l'équation fondamentale  $M_k = M_i + W \cdot \bar{s}$ ,  $\bar{s}$  est le vecteur caractéristique d'une séquence S qui mène de  $M_i$  à  $M_k$ .

#### V.4.5 Graph des marquages atteignables et Graph de couvrement

Pour connaître le comportement d'un réseau, l'idée la plus simple serait de construire le graph des marquages atteignables. Dans l'arbre des marquages atteignables, chaque nœud correspond à un marquage atteignable, et l'arc reliant deux nœuds correspond au franchissement d'une transition qui conduit d'un marquage à l'autre. L'arbre des marquages atteignables est un moyen idéal pour vérifier les propriétés comme la vivacité et l'atteignabilité pour les réseaux bornés. Mais le problème se pose quand un réseau de Petri n'est pas borné, puisque le nombre de marquages atteignables devient alors infini, et le nombre de nœuds dans l'arbre des marquages atteignables est également infini. L'idée est donc de construire un arbre de marquages ayant un nombre fini de nœuds que l'on appelle graphe de couvrement. Dans ce graphe, nous introduisons un symbole  $\omega$  pour indiquer que le nombre de jetons dans une place est "infini". Ce marquage restera  $w$  dans tous les développements suivants et le premier point précédent s'applique aussi aux marquages contenant ce symbole. Un nœud correspondant à un marquage tel qu'aucune transition n'est tirable sera marqué « dead-end » et constituera une feuille de l'arborescence, Tous les nœuds qui ne sont pas marqués « old » et qui admettent aux moins un descendant sont marqués « new ».





$$\begin{pmatrix} \frac{dP_1(t)}{dt} & \frac{dP_2(t)}{dt} & \frac{dP_3(t)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -2\lambda & 2\lambda & 0 \\ \mu & -(\mu + \lambda) & \lambda \\ 0 & \mu & -\mu \end{bmatrix} \times (P_1(t) \ P_2(t) \ P_3(t))$$

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -2\lambda P_1(t) + \mu P_2(t)$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = 2\lambda P_1(t) - (\mu + \lambda)P_2(t) + \mu P_3(t)$$

$$\frac{dP_3(t)}{dt} = \lambda P_2(t) - \mu P_3(t)$$

Determinants la probability  $P_1(t)$  :  $P_1(t) + 2\lambda P_1(t) = \mu P_2(t) \Rightarrow P_2(t) = (1/\mu) P_1(t) + (2\lambda/\mu) P_1(t)$

On remplaçant les équations on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu} \ddot{P}_1(t) + \frac{2\lambda}{\mu} \dot{P}_1(t) - 2\lambda P_1(t) + \left(\frac{\mu + \lambda}{\mu}\right) \dot{P}_1(t) + \left(\frac{2\lambda \times (\mu + \lambda)}{\mu}\right) P_1(t) - \mu + \mu P_1(t) \\ + \dot{P}_1(t) + 2\lambda P_1(t) = 0 \end{aligned}$$

Équation différentielle d'ordre deux

$$\ddot{P}_1(t) + (3\lambda + 2\mu)\dot{P}_1(t) + (2\lambda\mu + 2\lambda^2 + \mu^2)P_1(t) = \mu^2(*)$$

Résoudre l'équation différentielle  $\ddot{P}_1(t) + (3\lambda + 2\mu)\dot{P}_1(t) + 2\lambda\mu + 2\lambda^2 + \mu^2 = 0$

On pose  $a = 1$ ,  $b = 3\lambda + 2\mu$ ,  $c = 2\lambda\mu + 2\lambda^2 + \mu^2$

La solution homogène :  $P_1(t) = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} + (\mu^2 / (2\lambda\mu + 2\lambda^2 + \mu^2))$

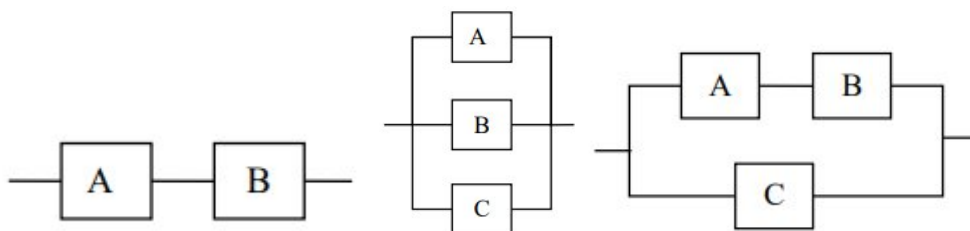
On calcule A et B

$$A = \left(\frac{s_2}{s_2 - s_1}\right) \left(\frac{2\lambda\mu + 2\lambda^2}{2\lambda\mu + 2\lambda^2 + \mu^2}\right), \quad B = -\left(\frac{s_1}{s_2 - s_1}\right) \left(\frac{2\lambda\mu + 2\lambda^2}{2\lambda\mu + 2\lambda^2 + \mu^2}\right)$$

On a donc:

$$P_1(t) = \left(\frac{s_2}{s_2 - s_1}\right) \left(\frac{2\lambda\mu + 2\lambda^2}{2\lambda\mu + 2\lambda^2 + \mu^2}\right) e^{s_1 t} - \left(\frac{s_1}{s_2 - s_1}\right) \left(\frac{2\lambda\mu + 2\lambda^2}{2\lambda\mu + 2\lambda^2 + \mu^2}\right) e^{s_2 t} + \frac{\mu^2}{2\lambda\mu + 2\lambda^2 + \mu^2}$$

**Exercice** Donner la chaîne de Markov associée aux trois systèmes suivants :



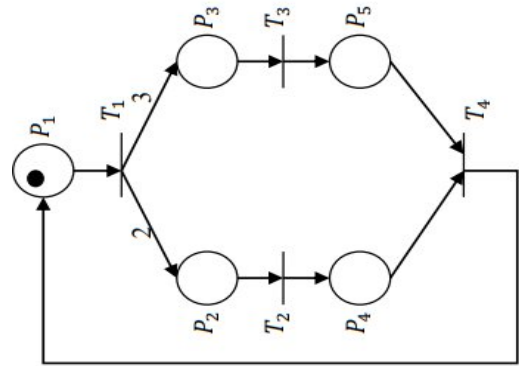


**Exercice 2 :** Pour le réseau de Petri suivante :

- 1- Établir la matrice d'incidence avant
- 2- Établir la matrice d'incidence arrière
- 3- Établir la matrice d'incidence W

Solution :

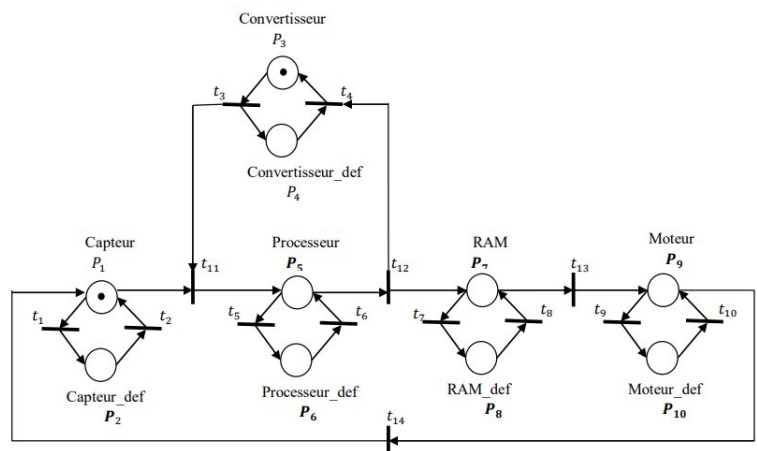
$$Pré = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Post = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$



**Exercice .3** le système est constituer par convertisseur, capteur, RAM et un moteur qui représente l'ouverture automatique d'une portière : le conducteur du véhicule en possession de la clé est détecté par le capteur du système ce qui déclenche l'activation d'un convertisseur qui alimente le reste du système. L'information est reçue puis traitée par un processeur muni d'un RAM qui déclenche un moteur qui ouvrira la portière.

Le système en un réseau de Petri : chaque composant a deux états correct ou défaillance, tout équipement arrêté ne peut tomber en panne. Le système sous forme de réseau de Petri est modélisé comme suit :

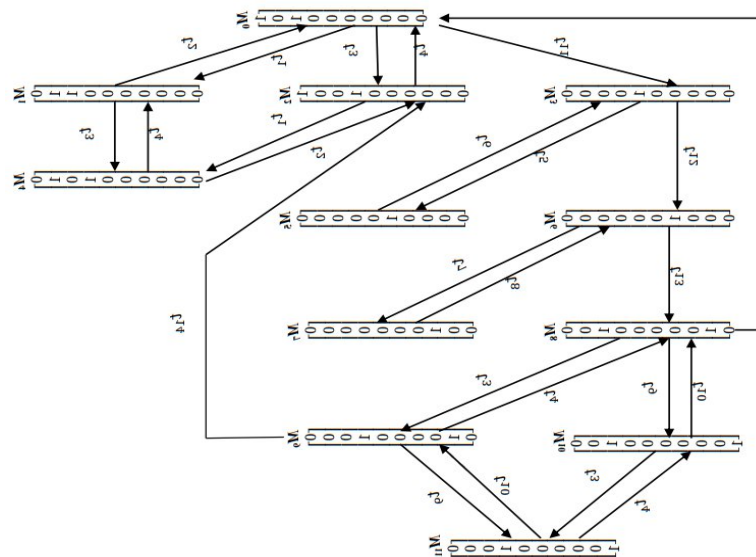
- Établir la matrice d'incidence avant  
Établir la matrice d'incidence arrière  
Établir la matrice d'incidence W  
Établir le graphe de marquage.



Solution

$$Pré = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Post = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$





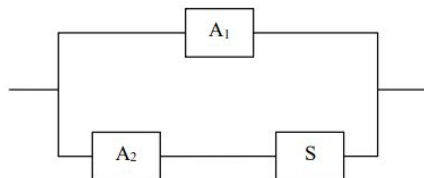
Graphe de marquage :

**Exercice 4.** Soit un système à deux équipements  $A_1$  et  $A_2$  identiques, assurant la même fonction et utilisés de façon simultanée.  $A_1$  et  $A_2$  ne sont pas réparables. Les pannes de  $A_1$  et  $A_2$  sont indépendantes c'est à dire que la panne de  $A_1$  ou  $A_2$  n'entraîne pas la perte de la fonction à assurer. 1- Modélisé le système par : a) Arbre de cause ; b) Réseau de Petri ; c) Chaîne de Markov.

**Exercice 5** La figure ci-dessous comporte deux composants  $A_1$  et  $A_2$ . Si on suppose qu'en cas de défaillance de  $A_1$ , il est nécessaire de commuter un switch S pour utiliser  $A_2$ , on peut dire que le dispositif  $A_2$  ne sera disponible que si le dispositif S fonctionne.

Modélisé le système par :

- 1) Arbre de cause ;
- 2) Réseau de Petri ;
- 3) Chaîne de Markov.



**Exercice 6** : Trois dispositifs A, B et C de même fiabilité  $R_A = R_B = R_C = 0.75$  sont connectés en parallèle

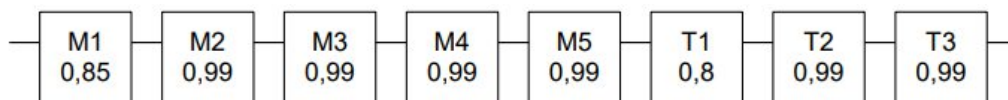
- Déterminons la fiabilité de l'ensemble.
- Quel nombre de diapositif en parallèle faudrait-il mettre pour avoir une fiabilité globale.
- Si on souhaite avoir une fiabilité globale de 99% avec trois dispositifs seulement en parallèle, quelle devrait être la fiabilité R de chacun de ces dispositifs.

Solution

- $R_p = 1 - (1 - ) \times (1 - R_B) \times (1 - R_C) \Rightarrow R_p = 1 - (1 - 0.75)^3 = 0.984 = 98.4\%$
- Nombre de diapositif en parallèle faudrait-il mettre pour avoir une fiabilité globale de 0,999 (99,9%)  
 $R_p = 1 - (1 - 0.75)^n = 0.999 \Rightarrow (0.25)^n = 0.001 \Rightarrow (0.25)^n = \ln(0.001) \Rightarrow n = \ln(0.001) / \ln(0.25) \Rightarrow n = 4.983$
- La fiabilité R de chacun de ces dispositifs  $1 - (1 - R)^3 = 0.99 \Rightarrow (1 - R)^3 = 0.01 \Rightarrow (1 - R) = \sqrt[3]{0.01} \Rightarrow R = 1 - \sqrt[3]{0.01} \Rightarrow R = 1 - 0.2154 = 0.7846$   $R = 78.46\%$

### Exercice 7

Un système est représenté par le processus suivant :



Calculer la fiabilité de ce système. La fiabilité du système entier est le produit de toutes les fiabilités élémentaires :  $R_s = 0,64$  Pour améliorer cette fiabilité, on peut appliquer des redondances sur les systèmes les moins fiables : M1 et T1.

Une des solutions peut consister à utiliser 3 T1 et 2 M1.



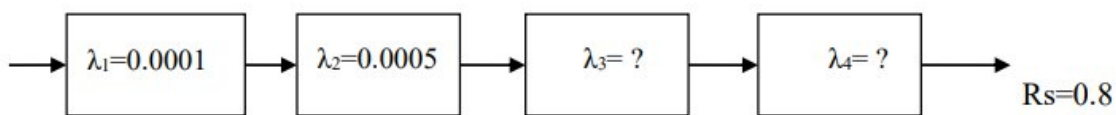
### Solution

$$R_s = 0.85 \times (0.99)^6 \times 0.8 = 0.64 \quad R_{\text{Améliorer}} = 0.9775 \times (0.99)^6 \times 0.992 = 0.9129$$

Nous concluons que la fiabilité s'est améliorée lorsque nous avons appliqué la redondance active.

La maintenance corrective réduit le taux de panne et donc améliore la fiabilité

Exercice : Soit un système en série dont les composants opèrent dans leur période de maturité. Le composant 1 a un taux de défaillance de 0.0001 et le composant 2 a un taux de défaillance de 0.00005. - Déterminer la fiabilité des composants 3 et 4 du système si la fiabilité du système est égale à 0.8 après heures d'utilisation et que les composants 3 et 4 sont identiques ( $R=e^{-\lambda t}$ )



**Exercice 8** La loi de durée de vie d'une machine est du type  $R(t) = e^{-\lambda t}$ . La MTBF est de 54 heures. Quelle est la fiabilité du système au bout de 16 heures ?

**Exercice 9** Un compresseur industriel a fonctionné pendant 8000 heures en service continu avec 5 pannes dont les durées respectives sont : 7, 22, 8.5, 3.5 et 9 heures. Déterminer son MTBF. **Solution**  $MTBF = \frac{\text{Durée totale de bon fonctionnement}}{\text{Nombre total de défaillances pendant le service}}$

$MTBF = \frac{8000 - (7 + 22 + 8.5 + 3.5 + 9)}{5} = \frac{7950}{5} = 1590$  heures.

**Exercice 10** Soit un poste de radio constitué de quatre composants connectés en série ; une alimentation (A), une partie réceptrice (B), un amplificateur (C) et un haut-parleur (D), avec des fiabilités données respectivement comme suit  $R_A=0.95$ ,  $R_B=0.92$ ,  $R_C=0.97$  et  $R_D=0.89$ .

Déterminer la fiabilité  $R(S)$  du dispositif.

**Solution**  $R(S) = R_A \cdot R_B \cdot R_C \cdot R_D = 0.95 \times 0.92 \times 0.97 \times 0.89 = 0.7545$

**Exercice 11**

Un compresseur industriel a fonctionné pendant 8000 heures en service continu avec 5 pannes dont les durées respectives sont : 7, 22, 8.5, 3.5 et 9 heures. Déterminer son MTBF.

**Solution**

$MTBF = \frac{\text{Durée totale de bon fonctionnement}}{\text{Nombre total de défaillances pendant le service}}$

$MTBF = \frac{8000 - (7 + 22 + 8.5 + 3.5 + 9)}{5} = \frac{7950}{5} = 1590$  heures

$MTBF = 1590$  heures.

### Exercice 12

Soit un poste de radio constitué de quatre composants connectés en série ; une alimentation (A), une partie réceptrice (B), un amplificateur (C) et un haut- parleur (D), avec des fiabilités données respectivement comme suit  $R_A=0.95$ ,  $R_B=0.92$ ,  $R_C=0.97$  et  $R_D= 0.89$ .

Déterminer la fiabilité  $R(S)$  du dispositif.

#### Solution

$$R(S)= R_A.R_B.R_C. R_D=0.95 \times 0.92 \times 0.97 \times 0.89=0.7545$$

Soit une fiabilité de 75% environ.

### Exercice3

Soit une imprimante constituée de 2000 composants montés en série supposés tous de même fiabilité, très élevée  $R= 0.9999$ .

Déterminer la fiabilité de l'appareil.

#### Solution

$$R(S)= 0.9999^{2000}= 0.82$$

Soit une fiabilité de 82 %

### Exercice 13

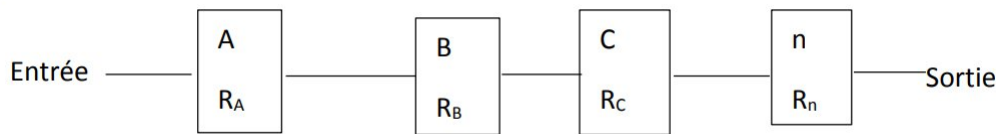
**1 ère partie :**  $\lambda$  Représente le taux de défaillance ou le taux d'avarie. Il caractérise la vitesse de variation de la fiabilité au cours du temps. Pour une période de travail donnée, durée totale en service actif.  $\lambda = \text{Nombre total de défaillances pendant le service} / \text{Durée total de bon fonctionnement}$  :  $\text{Durée total de bon fonctionnement} = \text{la durée totale en service} - \text{la durée des défaillances}$ . Les unités utilisées sont : le nombre de défaillances par heures, le pourcentage de défaillances pour 1000 heures, etc. Physiquement le MTBF peut être exprimé par le rapport des temps :  $MTBF = \text{Somme des temps de fonctionnement entre le } n \text{ défaillances} / \text{nombre d'intervention de maintenance avec immobilisation}$ .

Si  $\lambda$  est constant :  $MTBF = 1 / \lambda$ . Par définition le MTBF est la durée de vie moyenne du système

Fiabilité de système constitué de plusieurs composants (éléments)

- 1- La fiabilité d'un système noté  $R(s)$  représente la fiabilité d'un ensemble de "n" composants montés : i) en série La fiabilité  $R(s)$  d'un ensemble de "n" composants A, B,

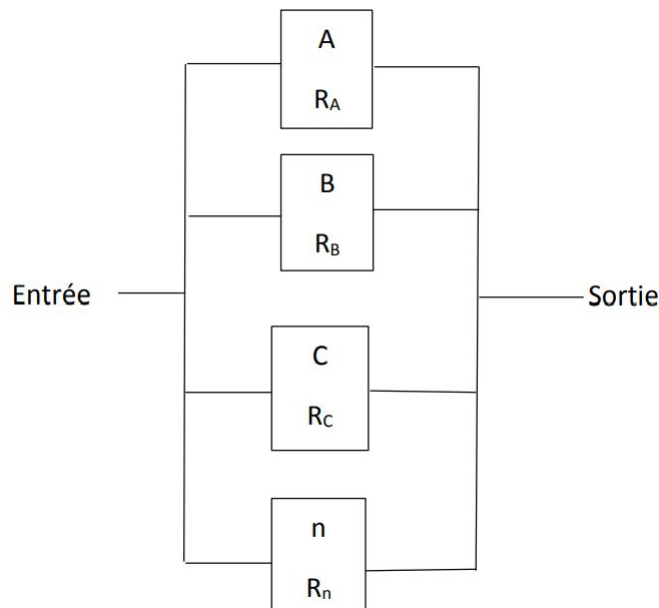
C , ..., n montés ou connectés en série est égale au produit des fiabilités respectives  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $R_C$ , ...,  $R_n$  de chacun des composants.



Si les taux de défaillances sont constants au cours du temps, la fiabilité du système sera calculée comme suit :

$R(s) = R_A \times R_B \times R_C \times \dots \times R_n \Rightarrow R_s = e^{-\lambda_A t} \times e^{-\lambda_B t} \times e^{-\lambda_C t} \times \dots \times e^{-\lambda_n t}$  Et le temps moyens entre deux défaillances sera donné par  $MTBF = 1/(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \dots + \lambda_n)$  - Si, les composants sont identiques:  $\lambda_A = \lambda_B = \lambda_C = \dots = \lambda_n$  La fiabilité du système est  $R(s) = e^{-n\lambda t}$  et le  $MTBF = 1/n\lambda$

ii) En parallèle a) Un dispositif, constitué de "n" composants en parallèle, ne peut tomber en panne que si les "n" composants tombent tous, en même temps en panne.



La fiabilité du système notée  $R(s)$  de l'ensemble des composants est comme suit :  $R(s) = 1 - (1 - R_A) \times (1 - R_B) \times (1 - R_C) \times \dots \times (1 - R_n)$  - Si les n composants sont identiques  $R_A = R_B = R_C = \dots = R_n$ , et ont tous la même fiabilité  $R(s)$ , L'expression devient  $R(s) = 1 - (1 - R)^n$  . b) Pour le même système, considérant le composant A est en service actif et le composant B est en attente. Si B tombe à son tour en panne, il sera automatiquement remplacé par C, etc. et si tous les composants sont identiques avec un taux de défaillance  $\lambda$  constant, la fiabilité du dispositif sera

alors :  $R(t) = e^{-\lambda t + \lambda t e^{-\lambda t}} = (1 + \lambda t) e^{-\lambda t}$  Si A et B ne sont pas identiques la relation devient  
 $R(t) = (\lambda_A / \lambda_B - \lambda_A) (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}) + e^{-\lambda_A t}$

### Exercice 14

Un compresseur industriel a fonctionné pendant 8000 heures en service continu avec 5 pannes dont les durées respectives sont : 7, 22, 8.5, 3.5 et 9 heures. Déterminer son MTBF.

### Solution

*MTBF = Durée total de bon fonctionnement / Nombre total de défaillances pendant le service.*

$MTBF = 8000 - (7 + 22 + 8.5 + 3.5 + 9) / 5 = 7950 / 5 = 1590$  heures  $MTBF = 1590$  heures.

### Exercice 15

Soit un poste de radio constitué de quatre composants connectés en série ; une alimentation (A), une partie réceptrice (B), un amplificateur (C) et un haut- parleur (D), avec des fiabilités données respectivement comme suit  $R_A=0.95$ ,  $R_B=0.92$ ,  $R_C=0.97$  et  $R_D= 0.89$ . Déterminer la fiabilité  $R(S)$  du dispositif.

**Solution**  $R(S) = R_A.R_B.R_C.R_D = 0.95 \times 0.92 \times 0.97 \times 0.89 = 0.7545$  Soit une fiabilité de 75% environ.

### Exercice 16

Prenant trois dispositifs A, B et C connectés parallèlement et ayant la même fiabilité telles que :  $R_A = R_B = R_C = 0.75$ . - Déterminer la fiabilité du système. - Quel nombre de dispositif en parallèle faudrait-il mettre pour avoir une fiabilité globale 99.9%. - Pour avoir une fiabilité globale de 99% avec les trois dispositifs en parallèle. Calculer la fiabilité de chacun de ces dispositifs.

**Solution** - Calcul de la fiabilité du système  $R(s) = 1 - (1 - R_A) \times (1 - R_B) \times (1 - R_C)$   $R(s) = 1 - (1 - 0.75)^3 = 0.984 = 98.4\%$

Exercice 7 Une machine de production dont la durée totale de fonctionnement est de 15000 heures, se compose de quatre sous-systèmes A, B, C et D montés en série et ayant les MTBF respectifs suivants :  $MTBF_A = 4500$  heures,  $MTBF_B = 3200$  heures,  $MTBF_C = 6000$  heures et  $MTBF_D = 10500$  heures. Questions Déterminer les taux de pannes et le MTBF global (MTBF<sub>S</sub>). a) Taux de pannes de l'ensemble. b) Quelle est la probabilité pour que le système fonctionne sans pannes jusqu'à 5000 heures

Solution 7

a) Déterminons les taux de pannes de chaque sous-système -  $MTBFA=1/\lambda A$

$$\Rightarrow \lambda A = 1/MTBFA = 1/4500 = 2.22 \times 10^{-4} \text{ défaillance par heure} - MTBFB = 1/\lambda B$$

$$\Rightarrow \lambda B = 1/MTBFB = 1/3200 = 3.12 \times 10^{-4} \text{ défaillance par heure} - MTBFC = 1/\lambda C$$

$$\Rightarrow \lambda C = 1/MTBFC = 1/6000 = 1.66 \times 10^{-4} \text{ défaillance par heure} - MTBFD = 1/\lambda D$$

$$\Rightarrow \lambda D = 1/MTBFD = 1/10500 = 9.52 \times 10^{-5} \text{ défaillance par heure}$$

b) Le taux de défaillance global est :  $\lambda S = \lambda A + \lambda B + \lambda C + \lambda D = 7.95 \times 10^{-4} \text{ défaillance par heure}$

c) la probabilité pour que le système fonctionne sans pannes jusqu'à 5000 heures La fiabilité (5000 heures)  $R_s(5000 \text{ heures}) = e^{-7.95 \times 10^{-4} \times 5000} = 0.0187 = \text{environ } 2\%$ .

### EXERCICE 1 :

Sur une série de 150 nouveaux capteurs mis en fonctionnement, on a relevé les TBF suivants :

Intervalle de temps	Nombre de défaillants
0 – 100	12
100 – 200	10
200 – 300	5
300 – 400	4
400 – 500	3

Déterminer le taux de défaillance empirique pour chaque intervalle de temps Considérons 65 mécanismes non réparables tombés en panne selon le tableau ci-dessous, les défaillants n'étant pas remplacés. Le mécanisme le plus fiable a fonctionné 790 heures. • Calculer les taux moyens de défaillance puis tracer le graphe d'évolution, et l'analyser puis le commenter.

Classes	Défaillants	Survivants	$\lambda(t+\Delta t)$
0-100	5	65	
100-200	8	60	
200-300	9	52	
300-400	10	43	
400-500	10	33	
500-600	10	23	
600-700	8	13	
700-800	5	5	

### EXERCICE 2 :

On a relevé sur un type de moteur les défaillances suivantes répertoriées par tranche. L'étude a porté sur 37 moteurs.

0h à 1000h	1000h à 2000h	2000h à 3000h	3000h à 4000h	4000h à 5000h	5000h à 6000h
1	3	6	10	13	4

On demande :

- D'estimer les fonctions empiriques  $\hat{R}(t), \hat{f}(t), \hat{\lambda}(t)$
- De tracer les histogrammes correspondants

EXERCICE 3 :

Un service maintenance étudie le comportement d'un relais en fonctionnement sur 48 machines. Les résultats ont été consignés dans le tableau ci-dessous. On demande :

- D'estimer les fonctions empiriques  $\hat{R}(t), \hat{f}(t), \hat{\lambda}(t)$
- De tracer les histogrammes correspondants

Nb d'éléments ayant fonctionné	Nb de défaillants dans la tranche	Survivants N(ti)	Cumul des défaillants	Probabilité de survie R(ti)	Densité de probabilité de défaillance f(ti).Δti	Taux d'avarie λ(ti)
0 - 1000 heures	4	48				
1000 - 2000	7					
2000 - 3000	15					
3000 - 4000	10					
4000 - 5000	7					
5000 - 6000	5					

**EXERCICE 5 : ANALYSE D'UN PARC DE VEHICULES :**

On donne en annexe l'historique d'un parc de 11 véhicules de même marque et de même type. Ces véhicules devant être renouvelés à l'identique, on se propose de définir une politique de maintenance pour le nouveau parc :

- o Connaissance des points faibles pour diminuer les coûts et l'indisponibilité
- o Connaissance du comportement pour savoir à quel moment il est économique de les déclasser



### Partie 1 : analyse globale du parc :

o Compléter le tableau suivant et établir son histogramme :

N° de véhicule	Km parcourus avant déclassement	Nombre de défaillances	HISTOGRAMME			
1						N
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
N =	$\Sigma =$	$\Sigma =$	5	10	15	

Déterminer le véhicule qui semble anormalement fragile :

o Calculer alors son taux de défaillance et sa MTBF

o Calculer le taux de défaillance et la MTBF pour l'ensemble du reste du parc :

o Conclure alors sur l'utilisation qui a été faite sur ce véhicule et émettre alors les hypothèses nécessaires concernant la suite de

### Partie 2 : recensement des données nécessaires à l'étude :

Décomposition structurelle		Durée d'intervention par véhicule											n	/t	n./t
Bloc Moteur	1														
Carrosserie	2														
Embrayage	3														
Circuit électrique	4														
Freins	5														
Boîte de vitesse	6														
Direction	7														
Suspension	8														
VEHICULE		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			$\Sigma =$

n : nombre d'interventions /t : moyenne des temps d'intervention

### Partie 3 : analyse par graphes de Pareto :

- Effectuer une analyse de Pareto en prenant n./t comme critère. Conclure.
- Effectuer une analyse de Pareto en prenant n comme critère. Conclure.
- Effectuer une analyse de Pareto en prenant /t comme critère. Conclure.

### Partie 4 : étude de fiabilité :

o Compléter le tableau suivant :

Classes (périodes en 10 <sup>3</sup> Km)	Nombre de véhicules en usage	Cumul des Km / classe en 10 <sup>3</sup> Km 10000 x (2)	Nombre de défaillances / classe	Taux de défaillance $\lambda$ sur la classe (4) / (3)	$\lambda.t$ (5) x 10000
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	
0 – 10					
10 – 20					
20 – 30					
30 – 40					
40 – 50					
50 – 60					
60 – 70					
70 – 80					
80 – 90					
00 – 100					
100 – 110					
110 – 120					

- Tracer la courbe représentant le taux de défaillance en fonction du nombre de Km
- Mettre en évidence les 3 zones caractéristiques de ce type de courbe
- En déduire la période de remplacement des véhicules

#### EXERCICE 10 : LIGNE D'USINAGE :

Une ligne de production de pièces mécaniques est constituée d'un tour à commande numérique et de deux centres d'usinage. Un passage des pièces en machine à laver est prévu entre l'usinage sur le tour et celui sur les centres d'usinage et en fin d'usinage soit le processus suivant :

1 - Tournage ; 2 - Lavage ; 3 - Centre N1 ; 4 - Centre N2 ; 5 - Lavage ; 6 - Contrôlé

le transfert de poste à poste est réalisé par un convoyeur, le chargement du tour est effectué par un robot, les pièces sont palettisées après le premier lavage pour permettre le chargement

des centres d'usinage par chargeur automatisé. Les indices de fiabilité pris en compte sont les suivants :

Désignation	Repère	R(t)
Tour	T	0,92
Centre d'usinage 1	CU1	0,98
Centre d'usinage 2	CU2	0,98
Machine à laver 1	ML1	0,99
Machine à laver 2	ML2	0,99
Convoyeur	C	0,98
Robot	R	0,80
Chargeur 1	CH1	0,99
Chargeur 2	CH2	0,99

Les écarts d'indices sont essentiellement dus aux différences d'âge des matériels, les CU sont récents, le convoyeur et les chargeurs ont été conçus pour cette fabrication, le tour est ancien, le robot est issu d'une chaîne en cessation de production.

- (1) Tracez le diagramme de fiabilité de l'installation avec les repères donnés dans le paragraphe précédent (rectangles avec l'initiale du composant à l'intérieur). Le convoyeur peut être situé indistinctement en début ou à n'importe quel endroit de la ligne de production.
- (2) Calculez la fiabilité estimée de cette ligne de production.
- (3) Il apparaît nettement que le maillon faible du système est constitué de l'ensemble tour-robot. En considérant que la ligne de production est constituée du sous-ensemble {1 : robot et tour} et du sous ensemble {2 : le reste du système}, tracez les deux diagrammes de fiabilité puis calculez la fiabilité estimée de chaque sous-ensemble.
- (4) Les impératifs de production imposent de porter la fiabilité à une valeur supérieure à 0,8. La chaîne en cessation de production, de laquelle a été prélevé le robot, permet de réutiliser provisoirement d'autres matériels à fiabilité équivalente. Une 1ère solution envisagée consiste à mettre en place une redondance des équipements pour obtenir l'indice souhaité. Proposez un diagramme de fiabilité permettant d'obtenir la fiabilité demandée avec l'équipement minimal. Calculez les fiabilités de chaque maillon.
- (5) L'immobilisation de plusieurs matériels ne pouvant être que provisoire, la direction demande au service maintenance une solution définitive pour obtenir le même résultat avec l'équipement initialement prévu. La recherche est centrée sur le robot qui présente l'indice le plus faible. Une

analyse des défaillances (qui permet de schématiser grossièrement les fiabilités des différentes parties constitutives du robot dans le tableau ci-après) fait apparaître une faiblesse du câble de liaison bras pince, trop souvent sollicité et qui nécessite des changements fréquents. Est-il possible d'obtenir le résultat demandé par redondance d'un maillon ; justifier numériquement la réponse.

(6) Proposez une solution technique minimale pour obtenir l'amélioration souhaitée.

Désignation	Repère	R(t)
Partie commande	PC	0,99
Rotation des axes	RA	0,99
Pince	P	0,98
Câblerie, liaison bras-pince	C	0,83

### EXERCICE 19 : COURROIES :

On a observé pendant une année, le fonctionnement (temps effectif de disponibilité 1935 heures) de 3 machines qui assurent la fabrication de cigarettes puis leur conditionnement en paquets et en cartouches. La collecte des informations a été effectuée par un système de saisie des arrêts en temps réel documenté par les opérateurs de production. Un extrait des historiques ainsi constitués est donné ci-dessous. Données : Les 3 machines constituent une chaîne de production en série liée sans en-cours.

- Coût indirect de maintenance par heure : 556,9€ ;
- Temps de changement d'une courroie : 20 min ;
- Down time =30min ;
- Taux horaire main-d'œuvre de maintenance : 35,83€ ;
- Prix d'une courroie : 16,77€. Afin d'effectuer une étude de fiabilité sur les 36 courroies qui sont les composants provoquant le plus d'arrêts incontrôlés, on a suivi le comportement de 12 d'entres-elles et relevé leurs durées de vie respectives.

TBF(heures)	800	545	580	800	880	660	545	800	480	610	700	640
-------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Nota : Les courroies sont identiques et travaillent dans les mêmes conditions. Travail demandé :

- Déterminer la loi de dégradation de ces courroies.
- A partir des paramètres du modèle ainsi établi, indiquer (en justifiant) si les courroies semblent correctement choisies.

- Calculer le nombre prévisible de défaillances pour l'année à venir.
- Déterminer, si elle existe, la périodicité optimale ( $q_0$ ) d'un changement systématique des 36 courroies en gestion collective.

**EXERCICE 20 : VIS DE PRESSES A INJECTER :**

Mise en situation : La société ALSE est spécialisée dans la fabrication de produits de consommation courante, tels que biscuits, produits aromatisés, pop-corn etc. Elle utilise pour certaines fabrications des machines à extruder de type EF 70. Ces machines au nombre de 3, utilisent des vis sans fin, de type « US 500 », « VOLLGEPANZERT » et « NITRIERT » Ces vis présentent des différences notables dans leur conception et leur durée de vie ; elles proviennent de fournisseurs différents et leurs prix sont différents. Cependant elles se montent indifféremment sur les trois extrudeuses E1, E2, E3 et peuvent être affectées à une ou plusieurs fabrications.

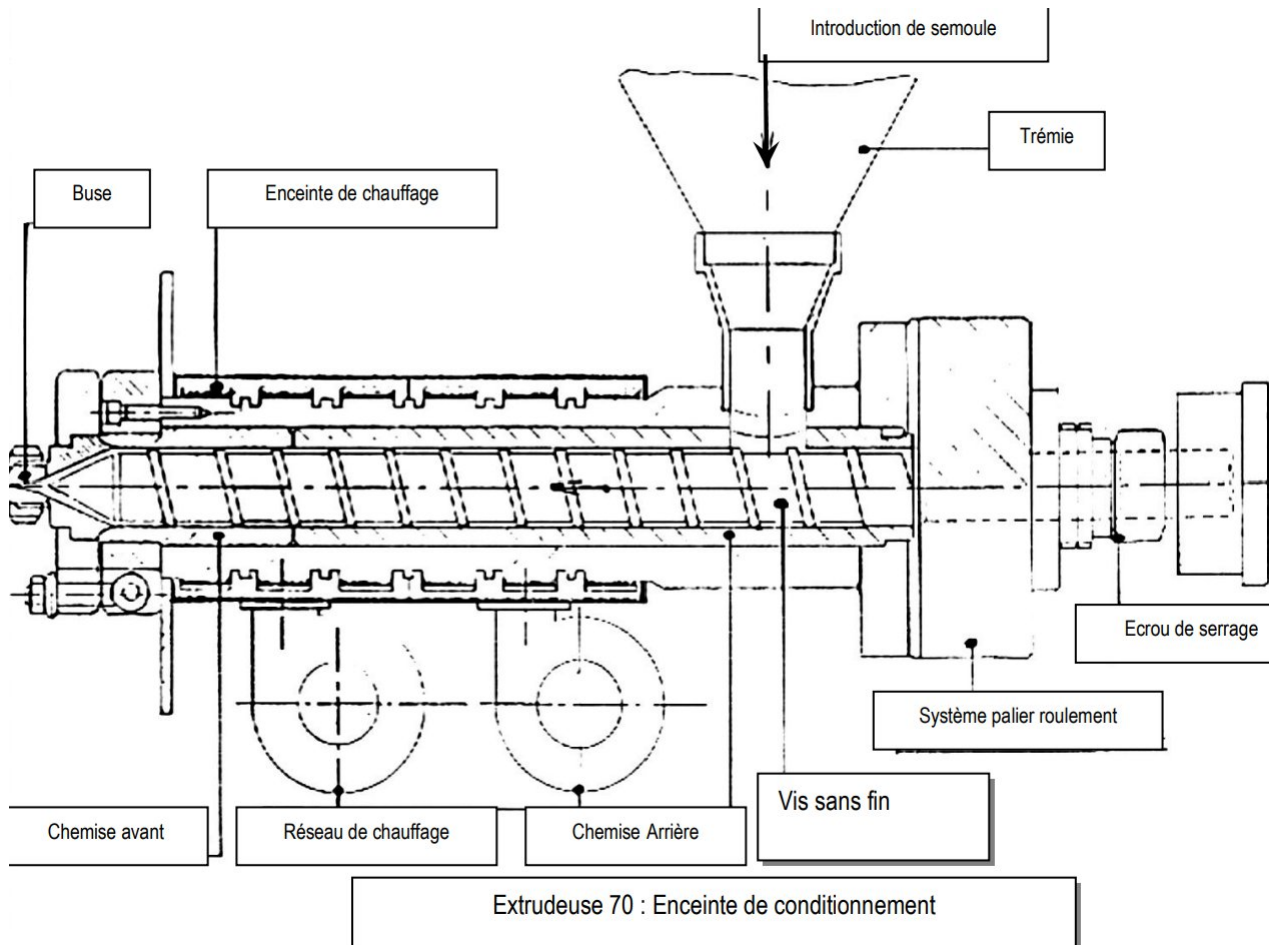
Exemple : Vis US 500 - Réf. 14242.0B1

Temps de fonctionnement sur E1 1074 h

Temps de fonctionnement sur E2 2267 h

Total des heures de fonctionnement 3341 h

Une vis usée entraîne, outre une perte de rendement, une détérioration de la qualité du produit. La décision de réforme de celle-ci intervient hors production, après diagnostic du responsable de maintenance.



**Travail demandée :** Afin de faire appel à un seul fournisseur de pièces de rechange (pour une meilleure politique d'achat et de gestion de stock), le responsable maintenance veut procéder à une étude de fiabilité sur les vis, et ainsi de justifier le choix du type de vis à adopter à l'avenir.

- A partir du tableau récapitulatif page suivante, indiquant le temps de fonctionnement de chaque vis depuis la mise en service jusqu'à la réforme, déterminer le modèle de Weibull de chaque type de vis ainsi que leur MTBF. Etudier la tendance du taux de défaillance de chaque type de vis. Commenter les résultats.
- Quel type de vis faut-il adopter à l'avenir, compte tenu des informations complémentaires suivantes ? Le coût de main-d'œuvre de maintenance est identique pour les 3 types de vis (500€) ; idem pour le cout indirect (8000€). Le temps d'ouverture est de 5000 heures. Justifier la réponse

VIS US 500 PU : 1955 €

VIS VOLLGEPANZERT PU : 2949 €



VIS NITRIERT PU : 1448 €

Temps de fonctionnement des vis d'extrudeuses (heures)					
Type de vis	Référence	Extrudeuse E1	Extrudeuse E2	Extrudeuse E3	Total
US 500	12752-OB2	1495			1495
US 500	12752-OB4		1240		1240
US 500	12752-OB5			1006	1006
US 500	13150-OB9	956		762	1718
US 500	14242-OB1	1074	2267		3341
US 500	14242-OB2	1656	1304		2960
US 500	15786-OB1	1223		1150	2373
US 500	15214-OB5	589	300	202	1091
US 500	12960-OB1		743	108	851
VOLLGEPANZERT	11019-OB1	1033		110	1143
VOLLGEPANZERT	11019-OB9		300	202	502
VOLLGEPANZERT	10176-OB3	752	889		1641
VOLLGEPANZERT	11364-OB4	888		1597	2485
VOLLGEPANZERT	11364-OB3	718	2752		3470
NITRIERT	13014-OB5	703			703
NITRIERT	15246-OB1	577			577
NITRIERT	15246-OB6	237		248	485
NITRIERT	15120-OB2		1006		1006
NITRIERT	15246-OB4		709	786	1495

### TP : Diagrammes de fiabilité.

Vous allez utiliser le logiciel GRIF avec son module « Reliability block diagramme », en commençant par le dessin d'un unique composant puis après avec plusieurs composants et différentes configurations, suivi du paramétrage en utilisant plusieurs distributions (Constant, exponentiel, weibull). Documents annexés :

- Le 'Tutorial' du logiciel GRIF : Module « Diagramme Bloc Fiabilité » en langue française ;
  - - Fiche de préparation du TP ; Travail à faire au TP.
- Arbre de défaillances (AdD). - - - Appelé aussi 'arbre de pannes', ou 'faulttree' en anglais. Est une des méthodes utilisée dans les études de sureté de fonctionnement. Est une



représentation graphique arborescentes logiques, qui décrit les mécanismes qui conduisent à des événements indésirables (panne, accident, ...etc). Remarque : Les arbres de défaillances, permettent de bonnes descriptions statiques de système mais ne prennent pas en compte les reconfigurations, comme les réparations. **Objectifs** : Qualitatif : Déterminer les combinaisons possibles d'événements qui entraînent la réalisation d'un événement "indésirable" unique. Quantitatif : Évaluer la probabilité de la survenue de l'événement indésirable, si on connaît les probabilités des événements de base.

- Construction d'un AdD. La construction d'un AdD est basée sur une procédure « déductive », c'est-à-dire étude à priori d'un système. L'AdD débute par un point de départ appelé 'événement redouté' ou 'événement indésirable' ou aussi 'événement sommet' (dysfonctionnement, panne, accident.....). Pour construire un AdD revient à répondre à la question : Comment tel événement peut-il arrivé ? Quels sont les scénarios (combinaisons) possibles qui peuvent aboutir à cet événement ? Après avoir identifié l'événement indésirable (sommet de l'arbre), on identifie les événements intermédiaires jusqu'à arriver aux événements de base.
- Caractéristiques d'un AdD. L'AdD est représenté de haut en bas (arborescence). La ligne la plus haute (sommet de l'arbre) comporte l'événement indésirable. La ligne inférieure comporte les événements de base. Chaque ligne détaille la ligne supérieure jusqu'à arriver à la ligne inférieure qui comporte les événements de base. Ces relations sont représentées par des liens logiques appelés aussi « portes logiques ».

### **TP.2. Comparer des méthodes d'évaluation** de Sûreté de Fonctionnement en traitant une même problématique

Le système permet d'alimenter en eau des personnes et comprend :

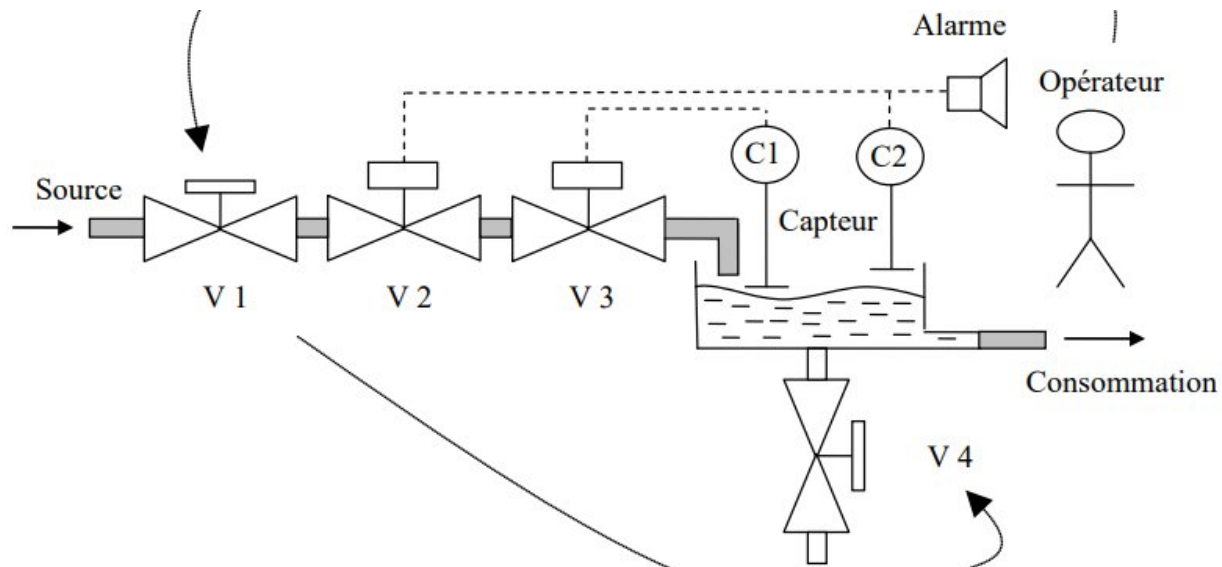
Un réservoir, des capteurs de niveau haut ( $C_1$ ) et très haut ( $C_2$ ), des vannes normalement ouverte ( $V_1$ ) et normalement fermée ( $V_4$ ). des électrovannes ( $V_2$  et  $V_3$ ) commandées respectivement par les capteurs ( $C_2$  et  $C_1$ ) . Une alarme activée par ( $C_2$ ) En cas de déclenchement de l'alarme, un opérateur ferme la vanne ( $V_1$ ) et ouvre la vanne d'évacuation à grand débit ( $V_4$ ) en dernier recours. L'opérateur joue correctement son rôle dans 95% des cas et les composants du système présentent des modes de défaillance dont l'occurrence est définie par les taux de panne suivants :

$V_1$  : bloquée ouverte  $10^{-3} \text{ hr}^{-1}$

V2 et V3 : bloquée ouverte  $10^{-4} \text{ hr}^{-1}$

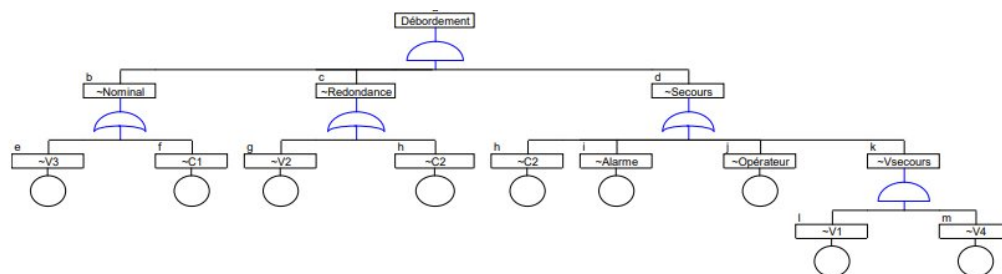
V4 : bloquée fermée  $5 \cdot 10^{-4} \text{ hr}^{-1}$  C1 et C2 : Capteur inopérant  $10^{-3} \text{ hr}^{-1}$  Alarme inopérante  $10^{-4} \text{ hr}^{-1}$

1



### TP .3. Arbre de défaillance

- 1 - Construire l'arbre de l'évènement redouté : « Débordement du réservoir ».
- 2 - Rechercher les coupes minimales.
- 3 - Tracer la courbe de probabilité de l'évènement redouté de 0 à 5000 heures.
- 4 - Calculer le facteur d'importance des évènements de base à 500 heures (probabilité de chacun des évènements sachant que l'évènement redouté s'est produit).
- 5 - Indiquer les maillons faibles du système et proposer des voies d'amélioration.
- 6 - Évaluer à nouveau le système dans le cas où chaque constituant est réparé avec un MTTR moyen de 50 heures.



La probabilité de défaillance de l'opérateur à la sollicitation (0,05) est remplacée par un taux de panne de 0,0005 Hr-1.

- 1 - Construire le Bloc diagramme Fiabilité correspondant au non débordement du réservoir.
- 2 - Evaluer la fiabilité du système de 0 à 5000 heures et la comparer avec celle obtenue avec l'arbre de défaillance en tenant compte du taux de panne de l'opérateur.
- 3 - Quelle conclusion en tirez-vous, concernant les méthodes de calcul utilisées pour le traitement de l'arbre (calcul analytique) et celui de l'architecture (traitement markovien), et quel intérêt présente pour vous l'utilisation de différentes méthodes de modélisation ?
- 4 – Analyser la matrice de Markov générée par l'outil. Sa taille est-elle normale et comment vous y prendriez-vous pour modéliser manuellement un tel système ?

ELEMENTS	Taux de panne ON (hr-1)	Nb	Type de redondance	Fiabilité T (hr) = 1000	Fiabilité T (hr) = 2000	Fiabilité T (hr) = 3000	Fiabilité T (hr) = 4000	Fiabilité T (hr) = 5000
V1 (a)	1,00E-03							
V2 (b)	1,00E-04							
V3 (c)	1,00E-04							
V4 (d)	0,0005							
C1 (e)	0,001							
C2 (f)	0,001							
Alarme (g)	0,0001							
Opérateur (h)	0,0005							
			$c*e+b*f+(a+d)*f*g*h$	0,56456857	0,21230809	0,07294381	0,02448574	0,00816844

Calculer la fiabilité et déduire la dé fiabilité. Sachant que la fiabilité  $R(t)$  est donnée par la formule suivante :

$R(t)$ = nombre de composants fiables jusqu'à ( $t = T$ )/ le nombre initial

$R(t) = N(t)/N_0(t)$

---

t	Nombre de composants fiables	Fiabilité R(t)	F(t)
0	50		
500	46		
1500	37		
2500	22		
3500	10		
4500	2		
5500	1		
6500	0		

### Références bibliographiques

[2] Roger Serra, Fiabilité et maintenance industrielle. Cours, Ecole de technologie supérieure ETS, Université de Québec, 2013.

[3] Yann Morère, Cours de réseau de Petri. Avril 2002.  
[http://www.morere.eu/IMG/pdf/cours\\_petri2.pdf](http://www.morere.eu/IMG/pdf/cours_petri2.pdf)

[4] Claire Pagetti, Module de sûreté de fonctionnement. décembre 2012.  
<https://www.onera.fr/sites/default/files/u490/cours.pdf> [5] David Smith, Fiabilité, Maintenance et risque. DUNOD, Paris 2006.

[4] Dj belhadj, Maintenance et sûreté de fonctionnement, UNIVERSITE DE HASSIBA BENBOUALI DE CHLEF, 2020

M.BENZOUAI., TP : MAINTENANCE ET SURETE DE FONCTIONNEMENT, université Batna 2Algerie

[https://staff.univ-batna2.dz/sites/default/files/benbrahim\\_meriem/files/td\\_maintenance\\_et\\_surete\\_de\\_fonctionnement.pdf](https://staff.univ-batna2.dz/sites/default/files/benbrahim_meriem/files/td_maintenance_et_surete_de_fonctionnement.pdf)