

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

**Université Hassiba Benbou Ali Chlef**

**Faculté de technologie**

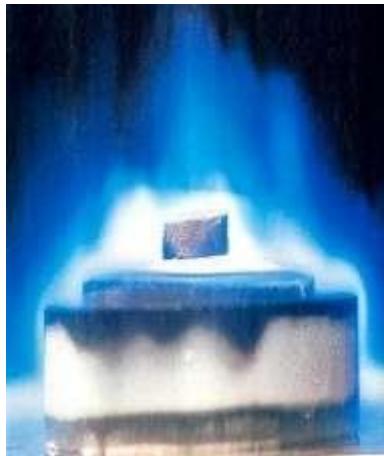
**Département d'électrotechnique**



**Dr. MOSTEFAOUI MOHAMED**

**Travaux Dirigé 3<sup>ème</sup> Année Licence en Électrotechnique**

**Matériaux et Introduction à La Haute Tension**



**Programme pour Licence L3  
Filière et option Électrotechnique,  
Unité fondamentale code UEF 1.1.1**

**Année Universitaire: 2024/2025**

## AVANTPROPOS

Ce module est destiné aux étudiants en 3<sup>ème</sup> année licence en Électrotechnique. Il traite essentiellement les principaux matériaux les plus utilisés dans la conception et la réalisation des systèmes électrotechniques et aussi les techniques de la haute tension

Le polycopié est sur les "travaux dirigés module Matériaux en électrotechnique et techniques de la haute tension" destinés aux étudiants licence troisième année spécialité Électrotechnique et aux ceux qui ont pratiqué cette discipline.

Ces travaux dirigés qui comprennent l'enseignement des matériaux en électrotechnique, est expliqué d'une manière simple afin d'éviter l'effet répulsif de nos étudiants devant la complexité du sujet, Des exercices résolus, non résolus et des exemples sont largement utilisés à travers le développement de l'ouvrage, car l'expérience à travers des années a démontré que pédagogiquement de telles illustrations permettent une meilleure compréhension du sujet.

Cet ouvrage est分成五 parties qui seront présentées comme suit :

- Matériaux conducteurs : cette partie présente deux parties : La première est une étude sur les matériaux conducteurs ; les différents types de conducteurs ainsi que l'effet de certains paramètres sur la modification des caractéristiques du matériau ; la deuxième partie est consacrée à l'étude des matériaux semi-conducteurs.
- Matériaux diélectriques : cette partie définit les matériaux diélectriques, leurs propriétés électriques, les différents types de polarisation, et dégradation de la rigidité diélectrique ainsi que la méthode de choix des matériaux isolants.
- Matériaux magnétiques : cette partie introduit l'étude généralisée sur les matériaux magnétiques, leurs classifications et leur cycle d'hystéresis...
- Supraconductivité et les matériaux supraconducteurs : ce chapitre aborde l'état des supraconducteurs et leurs applications et intégration dans la génie électrique
- Techniques de la haute tension : cette dernière partie illustre les différents types de sources de la haute tension et leurs mesures sans effet sur l'environnement.

Le contenu de ce polycopié est conforme au programme du module Matériaux en électrotechnique et la technique de la haute tension recommandé et établi par le ministère de l'enseignement supérieur et des recherches scientifiques (MESRS).

## Contenu de la matière

### Partie I - Matériaux électrotechniques

#### Chapitre1. Matériaux conducteurs

Notions de base, Classification des conducteurs et propriétés selon leur utilisation.

#### Chapitre2. Matériaux magnétiques

Magnétisme à l'échelle microscopique et à l'échelle macroscopique, Classification des matériaux magnétiques, Mécanismes d'aimantation et caractéristiques techniques d'aimantation, Matériaux ferromagnétiques doux, Domaines d'utilisation, Matériaux ferromagnétiques durs, Caractéristiques et domaines d'applications des aimants permanents, Notions d'énergie dans les matériaux magnétiques, Pertes magnétiques, mesure des pertes en champ fixe et en champ tournant.

#### Chapitre3. Matériaux diélectriques

Phénomènes de polarisation, Résistivité, Rigidité diélectrique et Pertes diélectriques, Propriété physicomécaniques, Matériaux électro-isolants.

#### Chapitre4. Matériaux Semi-conducteurs :

Généralités sur les Semi-conducteurs et leurs applications.

#### Chapitre5. Matériaux Supraconducteurs

Généralités sur les Supraconducteurs et leurs applications

### Partie II - Introduction à la Haute Tension.

#### Généralités sur la haute tension

Domaines de tension, Utilité de la haute tension, Choix de matériel en HT, applications technologique et industrielle de la haute tension

#### Généralités sur les contraintes dues à la HT

Buts et méthodologie de la HT, Contraintes liées à la tension, Contraintes liées au courant, Protection contre les surtensions et les surintensités.

Les sources des hautes tensions, Mesure en haut tensions.

#### Phénomènes transitoires en HauteTension

Origines des surtensions, Phénomène de foudre et l'impact sur les installations électriques, Sur tensions de Manœuvres, Les différentes techniques de protection

Ce travail est scindé en cinq 11 parties qui seront présenté comme suit :

- Matériaux conducteurs : cette partie présente deux parties : La première est une étude sur les matériaux conducteurs ; les différents types de conducteurs ainsi que l'effet de certains paramètres sur la modification des caractéristiques du matériau ; la deuxième partie est consacrée à l'étude des matériaux semi- conducteurs.
- Matériaux diélectriques : cette partie définit les matériaux diélectriques, leurs propriétés électriques, les différents types de polarisation, et dégradation de la rigidité électrique ainsi que la méthode de choix des matériaux isolant.
- Matériaux magnétiques : cette partie introduit l'étude généralisée sur les matériaux magnétiques, leurs classifications et leur cycle d'hystéresis...
- Supraconductivité et les matériaux supraconducteurs : ce chapitre aborde l'état des supraconducteurs, leurs applications et intégration dans le génie électrique
- Techniques de la haute tension: cette dernière partie illustre les différents types de sources de la haute tension et leurs mesures ainsi leurs effets sur l'environnement.

Le contenu de ce polycopié est conforme au programme du module Matériaux en électrotechnique et la technique de la haute tension recommandée et établit par le ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique (MESRS).

## Sommaire

<b>Partie 1. Conducteurs Isolants</b>	<b>6</b>
<b>Exercices</b>	<b>15</b>
<b>Partie 2. Magnétisme et matériaux magnétiques</b>	<b>27</b>
<b>Exercices</b>	<b>34</b>
<b>Partie 3. Rappel sur les lois de la magnétostatique</b>	<b>41</b>
<b>Exercices</b>	<b>43</b>
<b>Partie 4. Circuits Magnétiques exercices</b>	<b>45</b>
<b>Partie 5. Les matériaux ferromagnétiques</b>	<b>50</b>
<b>Exercices</b>	<b>55</b>
<b>Partie 6. Les propriétés magnétiques exercice</b>	<b>59</b>
<b>Partie 7. Les semi-conducteurs</b>	<b>61</b>
<b>Exercices</b>	<b>70</b>
<b>Partie 8. Les supra conducteurs</b>	<b>75</b>
<b>Exercices</b>	<b>78</b>
<b>Partie 9. Technique de haute tension</b>	<b>83</b>
<b>Exercices</b>	<b>85</b>
<b>Partie 9 suite. Ligne aériennes Exercices</b>	<b>90</b>
<b>Partie .9. Câble aéronautique</b>	<b>100</b>
<b>Partie 10. Filtre électrostatique et Diélectriques piézoélectriques</b>	<b>101</b>
<b>Partie 11. Effet Meissner dans un matériau supraconducteur</b>	<b>108</b>
<b>Bibliographies</b>	<b>111</b>

## Partie 1. Conducteurs Isolants

### I. Rappel sur la structure de la matière

#### I.1 L'atome

##### a. Définition et caractéristiques

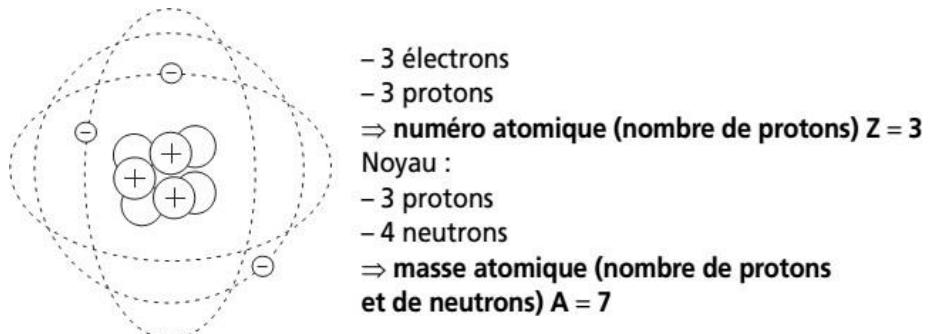
La matière (sous forme solide, liquide ou gazeuse) est constituée d'innombrables particules invisibles à l'œil nu, appelées atomes. Si l'on devait couper la matière en morceaux, on s'apercevrait que le plus petit grain qu'il est possible d'obtenir est un atome. Ce dernier est indivisible. L'atome est donc la particule élémentaire de la matière.

La dimension d'un atome est de l'ordre du dixième de nanomètre (ou 10-10mètre) ; de plus, il possède une masse approximative de l'ordre de 2.10-23kg.

##### b. Constitution de l'atome

Les atomes des éléments chimiques diffèrent par leur structure à l'échelle subatomique, c'est-à-dire le nombre et la nature des particules élémentaires qui les constituent :

- Noyau : protons et éventuellement neutrons ;
- Cortège électronique gravitant autour du noyau : électrons en nombre égal aux protons dans un atome à l'équilibre.



**Figure1.** Exemple de l'atome de lithium.

Les protons sont chargés positivement et les électrons négativement, de charges élémentaires égales en valeurs absolues, de sorte que l'atome est électriquement neutre à l'état d'équilibre (fig 1).

**Tableau1.** Masses et charges électriques des particules élémentaires

Particule	Masse (au repos)	Charge électrique
Électron	$9,110 \cdot 10^{-31}$ kg	$- 1,602 \cdot 10^{-19}$ C
Proton	$1,673 \cdot 10^{-27}$ kg	$+ 1,602 \cdot 10^{-19}$ C
Neutron	$1,675 \cdot 10^{-27}$ kg	0

### Notions sur les gaz

- Tous les gaz sont isolants
- Ont la même constante diélectrique  $\epsilon = \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
- L'air est l'isolant le plus disponible, le plus utilisé et par-dessus le marché il est gratuit.
- Il est impossible de connaître le comportement particulier d'une particule, mais la théorie cinétique des gaz permet de connaître, en raison même de leur grand nombre, leur comportement moyen.
- N'importe quel gaz, utilisé comme diélectrique doit posséder certaines caractéristiques pour le bon fonctionnement telles que :
  - ✓ Grande résistivité ;
  - ✓ Pertes faibles ;
  - ✓ Rigidité diélectrique élevée ;
  - ✓ Non inflammable ;
  - ✓ Résistant aux effets thermiques et chimiques ;
  - ✓ Absence de toutes toxicité ;
  - ✓ Maintenance pas chère et pratique.
- Les gaz ne sont pas généralement considérés comme des "matériaux", parce que la distance entre les molécules adjacentes est si grande et le nombre d'atomes ou de molécules par unité de volume est si petit, qu'ils ne sont pas capables de résister aux forces mécaniques. Cependant, les gaz sont des "diélectriques" dans le sens d'isolants électriques, et sont employés pour empêcher l'écoulement du courant.

A l'état fondamental, l'atome est neutre ;

- S'il libère un électron il devient un ion positif ;  $A - 1e \rightarrow A^+$
- S'il gagne un électron devient un ion négatif ;  $A + 1e \rightarrow A^-$

Remarque : Le photon est un quantum d'énergie ( $m=0$  ;  $q=0$ ).

### Mouvement des particules dans le gaz

Le mouvement des particules dans le gaz est libre, contrairement au solide qui est une masse compacte car les particules sont reliées entre elles par des liaisons cristallines fortes.

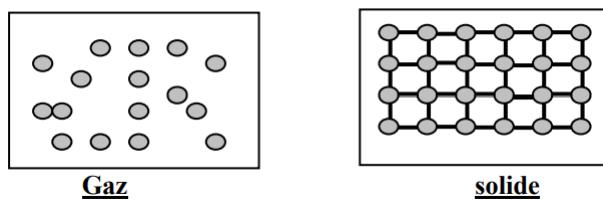


Figure 2.

### I.2 La molécule

Une molécule est un ensemble d'atomes identiques ou différents, reliés entre eux par des liaisons chimiques. Les atomes, qui sont électriquement neutres composent les molécules ; par conséquent, ces dernières sont également électriquement neutres. Chaque molécule est définie grâce à une formule chimique qui contient : Le type d'atomes qui la constitue et le nombre d'atomes de chaque élément présent dans la molécule.

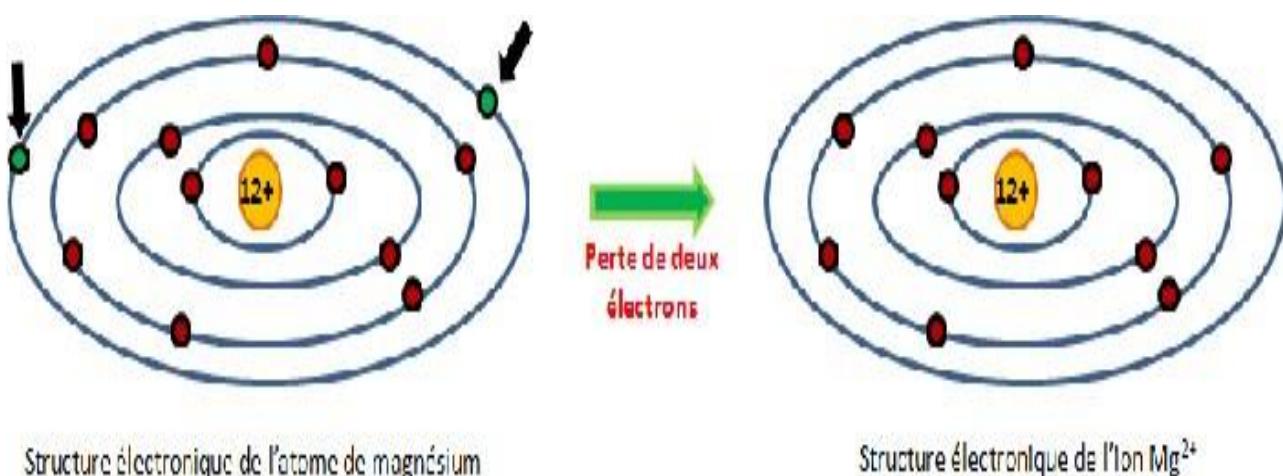
#### I.2.1 Les ions et les solutions ioniques

##### a- Les ions

Lors de certaines réactions chimiques ou lorsqu'ils sont soumis à un rayonnement lumineux, les atomes ou les molécules peuvent gagner ou perdre des électrons.

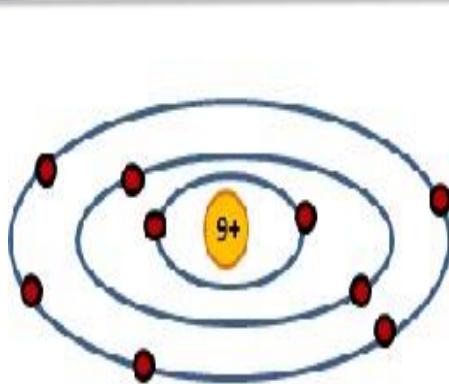
**Un ion** est un atome ou une molécule qui a gagné ou perdu un ou plusieurs électrons. C'est une particule électriquement chargée. Lorsqu'un atome perd des électrons, il devient un ion chargé positivement, appelé **cation** ; le nombre d'électrons perdus correspond à la charge portée par l'ion.

Prenons comme exemple un atome de Mg qui devient un ion  $Mg^{+2}$ :



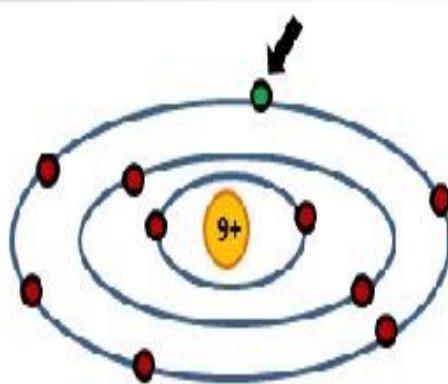
En revanche, lorsqu'un atome gagne des électrons, il se transforme en ion négatif, appelé **anion**.

Le nombre d'électrons gagnés correspond à la charge portée par l'ion.



Structure électronique de l'atome de fluor

Gain d'un électron



Structure électronique de l'ion F<sup>-</sup>

### b- Les solutions ioniques

Une solution ionique est une solution aqueuse contenant des ions. Elle est toujours électriquement neutre : Prenons comme exemple le chlorure de sodium : lorsque ce sel se dissout dans l'eau, il va libérer les ions  $Na^+$  et  $Cl^-$ . Il y aura autant d'ions  $Na^+$  que d'ions  $Cl^-$  car leurs charges se compensent.

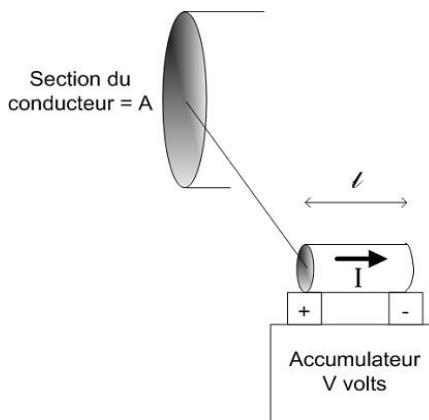
## II. Matériaux conducteurs

Les matériaux conducteurs les plus utilisés en électrotechnique sont le cuivre et l'aluminium.

On utilise le cuivre dans la plupart des applications magnétiques pour sa faible résistivité (e.g. moteurs électriques, alternateurs, transformateurs). Dans les lignes à haute tension, on utilise l'aluminium pour son faible poids (e.g. lignes 735kV).

### 1- Physique des matériaux conducteurs

L'expérience nous enseigne que la plupart des métaux (cuivre, aluminium, fer, zinc, etc.) possèdent une habileté à porter un courant électrique  $I$  lorsqu'on applique un voltage  $V$  entre deux points de leur surface, tel qu'illustré à la figure suivante :



Cette habileté est ce qu'on appelle la conductivité électrique des métaux et elle a d'abord été décrite par Ohm en 1826 sous la forme bien connue :

$$V=RI$$

Où R est la résistance du conducteur( $\Omega$ )

En outre, la résistance du conducteur R dépend des dimensions du conducteur et du matériau dont il est constitué. La loi d'Ohm peut donc être aussi formulée sous la forme suivante:

$$V=\rho l/SI$$

Où  $\rho$  est la résistivité du matériau ( $\Omega \cdot m$ ),  $l$  est la longueur du conducteur (m) et  $S$  est la section du conducteur ( $m^2$ )

## 2- Niveaux électroniques d'un atome seul

En ce qui concerne les électrons, ceux-ci sont répartis autour du noyau sur des couches électroniques distinctes. La physique quantique nous a appris que chaque couche est constituée d'orbitales, qui constituent en fait une zone où la probabilité de trouver un électron est élevée.

Aussi, les orbitales sont de types s,p,d,f, et sont suivis respectivement au nombre de 1,2,3,4,5,6,7. Chacune des orbitales peut contenir 0, 1 ou 2 électrons. Le tableau suivant résume la répartition des électrons sur les diverses couches et orbitales.

Couche électronique	Identifications des orbitales localisées sur chaque couche	Nombre maximal d'électrons admissible sur chaque couche
1 <sup>ère</sup> couche	orbitale 1s	2 électrons max.
2 <sup>ème</sup> couche	orbitales 2s, 2p	8 électrons max.
3 <sup>ème</sup> couche	orbitales 3s, 3p, 3d	18 électrons max.
4 <sup>ème</sup> couche	orbitales 4s, 4p, 4d, 4f	32 électrons max.
5 <sup>ème</sup> couche	orbitales 5s, 5p, 5d, 5f	32 électrons max.
6 <sup>ème</sup> couche	orbitales 6s, 6p, 6d	18 électrons max.
7 <sup>ème</sup> couche	orbitale 7s	2 électrons max.

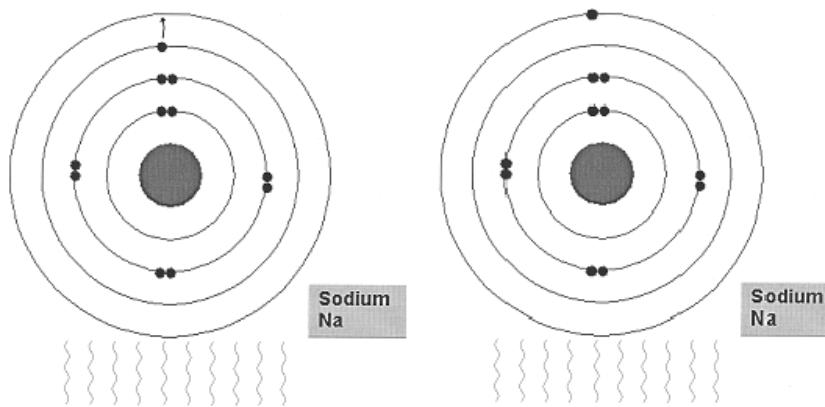
## 3. Excitation, électrons de valence et niveaux d'énergie

Les électrons localisés sur les couches internes sont situés plus près du noyau et sont donc plus fortement liés au noyau par l'attraction électrique entre le noyau et l'électron. Au contraire, les électrons situés sur la dernière couche électronique sont plus distants du noyau et plus faiblement attachés à l'atome.

Les électrons de valence sont définis comme étant les électrons localisés sur la dernière couche

électronique de l'atome. Les électrons de valence seront en général les plus faciles à détacher de la structure atomique.

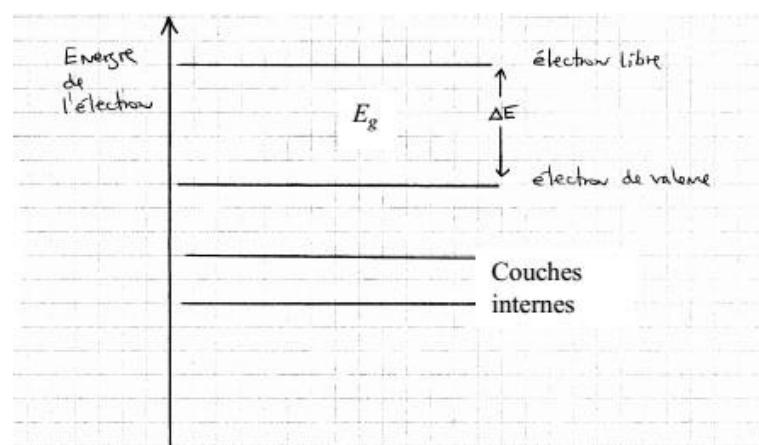
Posons maintenant qu'une source d'énergie extérieure transfert de l'énergie à un des électrons situés sur la couche extérieure. Tous les électrons augmenteront alors leur énergie cinétique. Si cette énergie cinétique est suffisamment élevée, un ou des électrons de valence pourront passer sur une couche électronique plus élevée.



En retirant la source externe d'énergie, la force attraction du noyau ramène l'électron vers le noyau. L'énergie de l'électron est dissipée sous forme électromagnétique, par l'émission d'un photon.

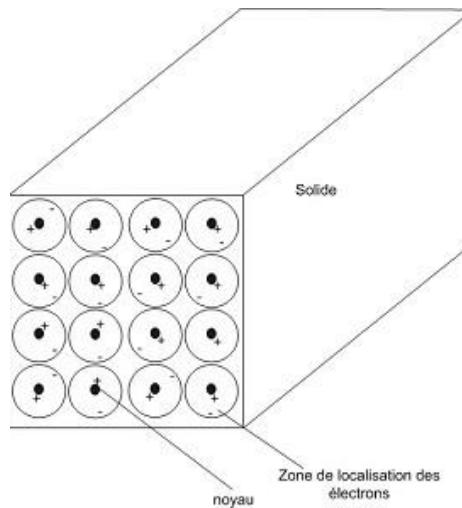
Si la quantité d'énergie transférée à un électron de valence est suffisamment élevée, il sera possible d'arracher complètement l'électron à l'influence du champ d'attraction électrique de son noyau. Il possédera alors une énergie cinétique suffisante pour ne pas revenir vers l'atome. C'est ce qu'on appelle un "électron libre".

Pour qu'un électron de valence puisse passer de la couche de valence vers l'état d'électron libre, il lui faudra acquérir une énergie cinétique additionnelle  $E_g$ . La figure suivante illustre une répartition typique des niveaux d'énergie cinétique propre à un atome seul.



#### 4. Bandes électroniques dans un solide

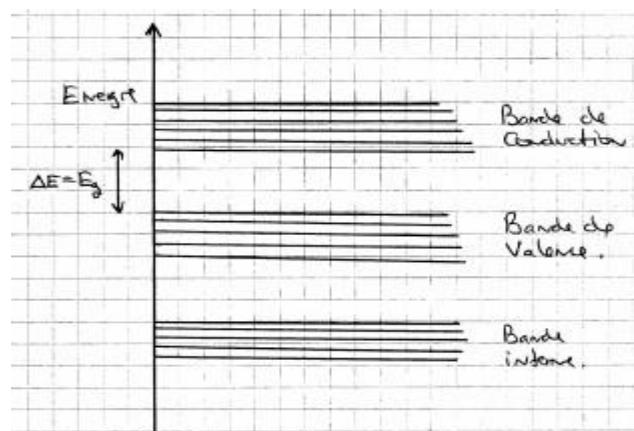
Posons un solide avec des milliards d'atomes identiques fixes, tel qu'illustre à la figure suivante :



L'influence des atomes les uns sur les autres tend à modifier les niveaux d'énergie disponibles. Ainsi, les répulsions et attractions entre électrons voisins doivent être prises en considération pour établir l'énergie nécessaire pour pousser un électron au niveau d'énergie supérieure. Le nombre de niveaux discrets disponibles devient dépendant :

- Du nombre d'atomes dans le solide,
- De la distance interatomique.

Lorsque le cristal est composé de milliards d'atomes, comme c'est le cas en pratique, une infinité de niveaux d'énergie sont possibles pour les électrons. Les électrons voient leur niveau d'énergie cinétique non plus distribué sur des états discrets, comme c'était le cas pour des atomes individuels, mais plutôt sur des "bandes discrètes d'énergie". Les niveaux d'énergie électronique des solides sont donc concentrés dans des "bandes d'énergie", tel que l'illustre la figure suivante.



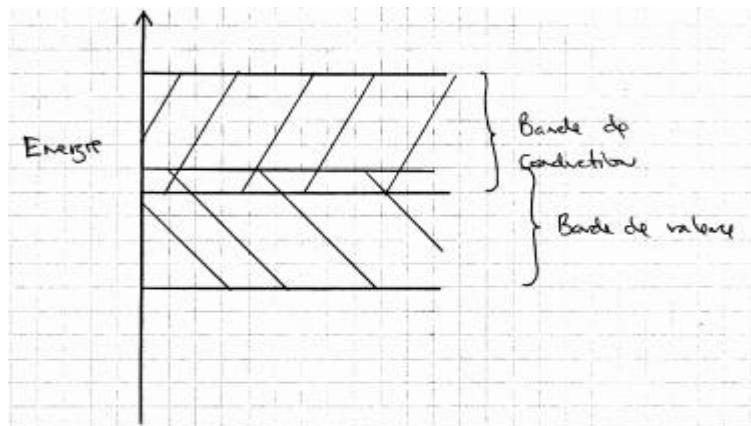
La séparation d'énergie  $E_g$  entre la bande de conduction et la bande de valence détermine si le solide se comporte en conducteur, en isolant ou en semi-conducteur. Dans un solide, un électron libre est un électron qui possède suffisamment d'énergie cinétique pour être arraché l'influence de son atome initial et circuler librement vers un autre atome. Au niveau énergétique, l'électron libre possède un niveau d'énergie cinétique correspondant à la bande de conduction.

Le phénomène de conduction se produit lorsqu'un électron libre passe d'un atome à un autre. Pour obtenir ce phénomène, il est nécessaire qu'un électron possède suffisamment d'énergie cinétique pour entrer dans la bande de conduction. La conduction peut être grande, partielle ou nulle, suivant la quantité d'énergie cinétique  $E$  requise pour passer de la bande de valence à la bande de conduction.

### Cas 1 : Conducteurs : $E_g = 0$ eV

Les électrons passent de la bande de valence à la bande de conduction sans difficulté. C'est le cas des conducteurs.

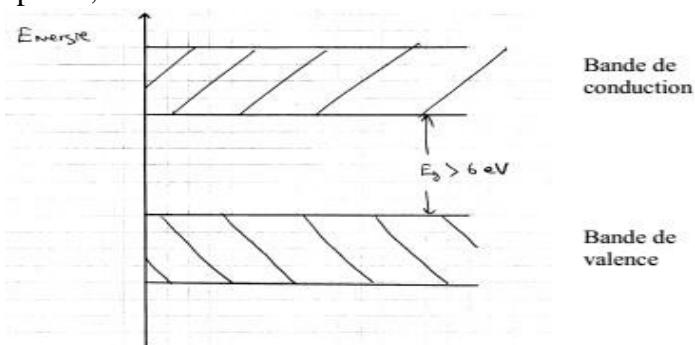
Ex : Cu, Fe, Al



### Cas2 : Isolants: $E_g > 6$ eV

Les électrons sont presque absents de la bande de conduction. Ils sont prisonniers de leur atome.

Exemple: Soufre, Phosphore, Chlore



### Cas 3 : Semi-conducteurs : $0 \text{ eV} < E_g < 5 \text{ eV}$

Ex : silicium, germanium.

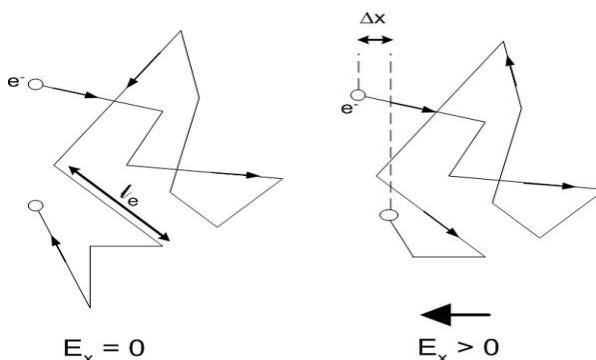
Comportement des électrons libres dans un solide conducteur

Au niveau macroscopique, le phénomène de conduction électrique est quantifiable par la conductivité d'un solide  $\sigma$ , ou par son inverse, la résistivité  $\rho$ . Dans cette section, ces deux quantités seront exprimées en fonction des paramètres microscopiques qui définissent le comportement des électrons libres dans le solide conducteur.

En l'absence de champ électrique externe ( $E = 0$ ), le mouvement des électrons libres est aléatoire à l'intérieur du solide. Les électrons libres se déplacent alors à une vitesse moyenne  $v_{therm}$ , laquelle est une conséquence de l'agitation thermique du solide. Cette vitesse varie avec la température du solide et est indépendante du champ électrique externe appliqué.

L'électron libre se déplace sous l'influence de l'agitation thermique, mais son mouvement est limité par les collisions avec les autres atomes du solide. A chaque collision, l'électron libre perd son énergie cinétique, laquelle est transformée en radiation thermique par l'émission d'un photon.

On définit le comme étant la distance moyenne parcourue par l'électron libre entre chaque collision. La figure suivante illustre le mouvement aléatoire de l'électron libre dans le solide :



La fréquence moyenne  $f_{coll}$  des collisions pour un électron libre sera donc définie par:  $f_{coll} = \frac{V_{therm}}{l_d}$

### Exercices d'applications

#### Exercice 1 :

Donner la bonne réponse (A, B, C ou D) :

1. Qu'est-ce que le courant électrique ?  
a) Une force électromagnétique b) Un champ électrique c) Un déplacement d'électrons dans un milieu conducteur d) Les électrons qui gravitent autour des noyaux des atomes
2. Qu'est-ce qu'un conducteur électrique ?  
a) Un métal b) Un matériau qui n'offre qu'une très faible résistance au passage du courant c) Un composant électronique
3. Qu'est-ce qu'un isolant électrique ?  
a) Un non métal b) Un matériau qui ne conduit pas la chaleur c) Un matériau qui oppose une très grande résistance au passage du courant
4. Quels phénomènes observe-t-on lorsqu'un courant traverse une résistance ?  
a) Une perte de courant entre

l'entrée et la sortie de la résistance b) Une lumière c) Un échauffement de la résistance

5. Quand deux résistances sont mises en parallèle ? a) Elles sont soumises à la même tension b) Le courant est partagé en deux parts égales c) La chaleur produite est moindre

6. Quand deux résistances sont mises en série ? a) Le courant dans la seconde est moindre que dans la première b) Le courant est identique dans chacune d'elles c) Le courant est moindre dans la plus grande résistance d) La tension est partagée en deux parts égales

7. Choisir les propositions qui sont exactes a) Une résistance s'exprime en Ohm b) Le volt est l'unité de tension c) L'ampère est une unité de puissance

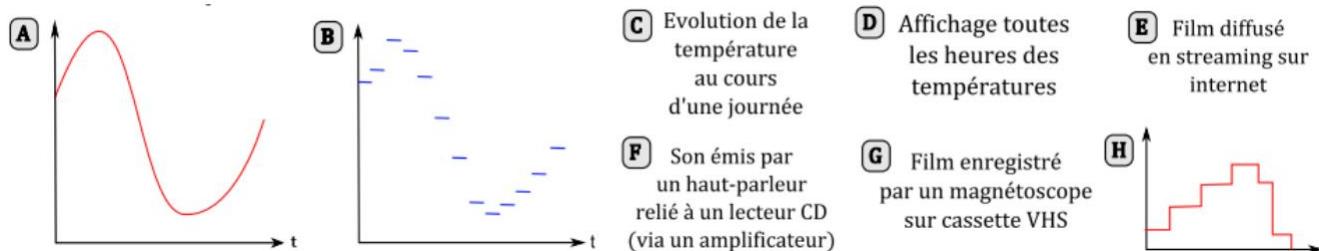
### Exercice 2 :

1. Quel est la différence entre le courant faible et le courant fort ? Citer un domaine d'utilisation pour chacun des courants ?

2. A quoi sert la modulation d'un signal ?

3. Quel est la différence entre les signaux analogiques et les signaux numériques ?

4. Classer les signaux décrits ou représentés ci-dessous en « analogique » ou « numérique »



### Exercice 3 :

Donner la bonne réponse (a, b, c ou d) pour chacune des questions suivantes :

1. La fréquence s'exprime dans les unités internationales en : a) seconde b) Hertz c) minute d) cycle par seconde

2. La période s'exprime dans les unités internationales en : a) seconde b) Hertz c) minute d) heure

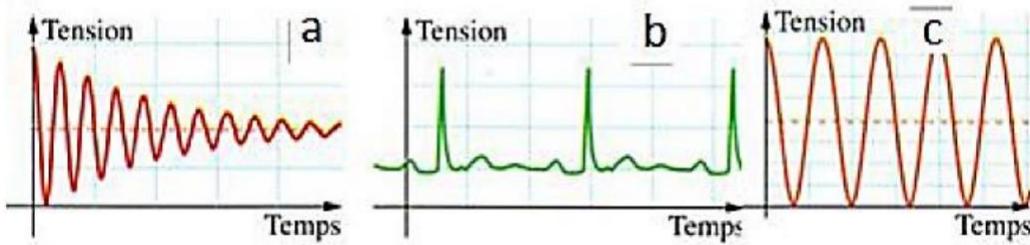
3. La période est : a) l'opposé de la fréquence b) le contraire de la fréquence c) identique à la fréquence d) l'inverse de la fréquence

4. Un évènement A est plus fréquent qu'un évènement B. Alors : a) La période de A est plus longue que celle de B b) La période de B est plus longue que celle de A c) A et B ont la même période d) On ne peut pas savoir laquelle est la plus longue parmi la période de A ou de B.

### Exercice 4 :

1. Quelle est la définition de la période  $T$  ? De la fréquence  $F$  ? 2. Un phénomène se reproduit 2 fois par

seconde. Quelle est sa fréquence ? 3. Un autre phénomène peut être observé toutes les 3 s. Déterminer sa période. 4. La fréquence de battements cardiaques est de 1,33 batt/s. Calculer la période des battements. 5. Parmi les signaux représentés ci-contre, lesquels sont périodiques ? Justifier.



#### Exercice 5 :

- 1) Quel est la différence entre les composants électroniques actifs et les composants électroniques passifs ?
- 2) Reporter la bonne réponse (A : pour un composant actif, ou B : pour un composant passif) dans la colonne « Réponse » pour chacun des composants électroniques de base suivants.

Composants	Réponse
1. Tubes À Vide,	
2. Transistors,	
3. Diodes,	
4. Circuit Intégré (CI),	
5. Diode électroluminescente LED (en anglais, Light-Emitting Diode)	
6. Résistance,	
7. Condensateur,	
8. Transformateur,	

#### Exercice 6 :

De quel composant électronique s'agit-il ?

N°	Définition	Composant
1	Possède la particularité de générer de la lumière lorsqu'elle est parcourue par un courant.	
2	Diminue l'intensité du courant dans un circuit.	
3	Permet d'augmenter ou d'abaisser les valeurs de tension et de courant électriques délivrées par une source d'énergie électrique alternative.	
4	Ne laisse passer le courant électrique que dans un sens (de l'anode à la cathode) et de le bloquer dans le sens inverse.	
5	Batterie ou zone tampon qui accumule du courant et le restitue plus tard.	
6	Amplifie le signal venant de la borne de contrôle	
7	Intégrant plusieurs types de composants électroniques de base dans un volume réduit, rendant le circuit facile à mettre en œuvre.	

Considérons deux conducteurs A et B portant des charges  $Q_A$  et  $Q_B$  et deux éléments de surfaces  $dS_A$  et

$dS_B$ . Un tube de flux est construit sur la base de ces deux surfaces élémentaires. Calculons le flux à travers la surface fermé de ce tube. En fait, on sait d'après le théorème de Gauss que :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int \int_{S_L} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int \int_{S_A} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \int \int_{S_B} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Mais on sait que  $E$  à l'intérieur d'un conducteur en équilibre est nul, d'où :

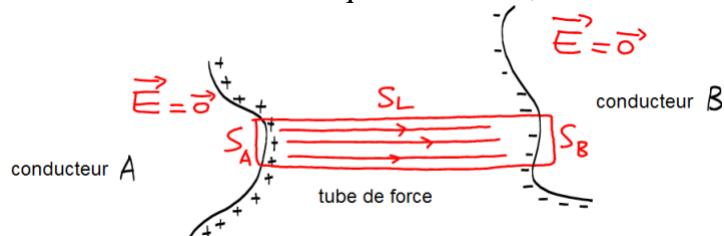


Figure 1 : Théorème des éléments correspondants

$$\int \int_{S_A} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int \int_{S_B} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

Et le champ électrique entre les deux conducteurs est parallèle à  $S_L$ , d'où :

$$\int \int_{S_L} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = 0$$

$$Q_{\text{int}} = Q_B + Q_A = 0$$

ce qui donne :  $Q_A = -Q_B$

Dans le cas d'une influence totale (A entourant complètement le conducteur B) le conducteur B est chargé à une distribution  $\sigma_B$ , alors sur la face intérieure de A va apparaître une charge  $-\sigma_A$  telle que :

$$\int \int_{S_A} \sigma_A \cdot d\vec{S} = - \int \int_{S_B} \sigma_B \cdot d\vec{S}$$

A l'extérieur du conducteur A va apparaître une charge  $Q_{\text{ext}}^A$  égale à la charge  $Q_{\text{int}}^A$  mais de polarité opposée. C'est comme si la charge  $Q_{\text{ext}}^A$  nous révélait la quantité de charge du conducteur B à l'intérieur du conducteur A.

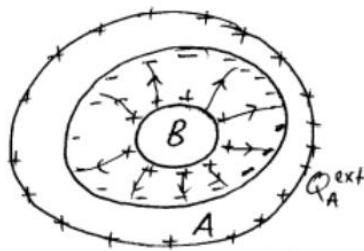


Figure 2. Influence totale

1. On applique le théorème de Gauss en considérant une surface de Gauss  $S$  à l'intérieur du conducteur A. Sachant que le champ est nul à l'intérieur du conducteur A (équilibre électrostatique) on a :

$$\phi = \int \int_S \vec{E}_{int} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{Q_B + Q_A^{int}}{\epsilon_0} = 0$$

$$d'où : Q_A^{int} = -Q_B$$

2. Cas où le conducteur A est initialement neutre :

$$Q_A^{int} + Q_A^{ext} = 0$$

$$Q_A^{ext} = -Q_A^{int} = Q_B$$

La charge portée par A sur sa surface externe est égale à la charge portée par le conducteur B. cas où le conducteur A porté initialement une charge électrique  $q$  :

$$Q_A^{int} Q_A^{ext} = q$$

$$Q_A^{ext} = q - Q_A^{int} = q + Q_B$$

### Exercice 07 :

On sait d'après le résultat précédent que le champ électrique entre deux armatures chargées de même quantité de charge électrique mais de polarités opposées est (*dans l'air*) égal à  $E = \sigma / \epsilon_0$ , alors que dans un matériau quelconque le champ  $E = \sigma / \epsilon$

où  $\epsilon$  est la permittivité électrique du matériau et  $\sigma$  la densité surfacique de la charge électrique.

Les deux armatures sont supposées portées à deux potentiels différents, d'où :

$$V(d) - V(0) = - \int_0^d \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V(d) - V(0) = \int_0^{x_1} \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot dx + \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot dx + \int_{x_2}^d \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot dx$$

$$V(d) - V(0) = \left[ \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot x_1 + \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot (x_2 - x_1) + \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot (d - x_2) \right]$$

La charge électrique répartie sur une armature est donnée par  $Q = \sigma S$

par *définition* la capacité du condensateur est le rapport entre la charge  $Q$  et la différence de potentiel entre les deux armatures :

$$C = \frac{Q}{V(d) - V(0)}$$

$$C = \frac{\sigma S}{\left[ \sigma \frac{x_1}{\epsilon_0} + \frac{(x_2 - x_1)}{\epsilon} + \frac{(d - x_2)}{\epsilon_0} \right]}$$

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{x_1 \epsilon + (x_2 - x_1) \epsilon_0 + (d - x_2) \epsilon}$$

**Cas où le matériau isolant occupe tout l'espace entre les deux armatures :**

on a :  $x_1 = 0$  et  $x_2 = d$  d'où  $C = S\epsilon/d$  la valeur de  $C$  ne dépend que de la géométrie du condensateur et de la permittivité diélectrique du matériau inséré entre les armatures

**Cas où l'espace entre les deux armatures est vide (air)  $x_1 = x_2$  d'où :  $C = S\epsilon_0/d$**

**L'expression de l'énergie potentielle électrostatique** d'une charge distribuée sur une surface (avec une densité  $\sigma$ ) est :

$$E_p = \frac{1}{2} \int \sigma(\vec{r}) \cdot V(\vec{r}) \cdot d\vec{S}$$

Ou  $V(\vec{r})$  est le potentiel électrostatique créé entre tous points sur la surface. Puisque chaque armature est portée à un potentiel constant  $V(d)$  pour le plan en haut et  $V(0)$  pour le plan en bas nous aurons :

$$E_p = \frac{1}{2} \int \sigma \cdot V_d \cdot dS + 1/2 \int (-\sigma) \cdot V_0 \cdot dS$$

Puisque  $V_d$  et  $V_0$  sont constants :

$$E_p = \frac{1}{2} C (V_d - V_0)^2$$

$Q$  est la charge portée par une seule armature, la charge totale du condensateur étant nulle  $Q + (-Q) = 0$

**Exercice 08 :**

1. La capacité d'un condensateur est définie par  $C = Q/V$

$Q$  est la charge portée par une armature et  $V$  la différence de potentiel entre les deux armatures :  $Q = CV$   
 $= 10 \times 10^{-6} \cdot 12 = 120 \times 10^{-5} \text{ Coulomb}$

2. L'énergie électrostatique emmagasinée dans le condensateur est donnée par :

$$Ep = 1/2 (CV^2) = 5 \times 10^{-6} \cdot 144 = 72 \times 10^{-5} \text{ J}$$

3. La capacité d'un condensateur à armatures planes est donnée par :  $C = S\epsilon/d$  où  $S$  est la surface de l'armature,  $\epsilon$  la permittivité diélectrique de matériau inséré entre les deux armatures et  $d$  la distance entre les deux armatures.

D'autre part, on sait que  $Q = CV = (S\epsilon/d) \cdot V$ , pour un condensateur d'épaisseur  $d_1$  on a :  $Q_1 = (S\epsilon/d_1)V$

alors que pour le condensateur d'épaisseur  $d_2$

$$Q_2 = \frac{S\epsilon}{d_2} V$$

$$d_2 = 2d_1$$

$$Q_2 = \frac{1}{2} \frac{S\epsilon}{d_1} V = \frac{1}{2} Q_1 = 60 \times 10^{-5} C$$

4. Pour un condensateur de surface  $S_1$  :  $Q_1 = (S_1\epsilon/d)V$

$$Q_2 = \frac{S_2\epsilon}{d} \cdot V$$

$$S_2 = \pi r_2^2$$

$$r_2 = 2r_1$$

$$S_2 = 4S_1$$

$$Q_2 = 4Q_1 = 48 \cdot 10^{-5} C$$

**Exercice 09 :**

La sphère (à l'intérieur) de rayon  $R_1$  porte une charge  $+Q$  et portée à un potentiel électrostatique  $V_1$ , placée à l'intérieur d'une coquille sphérique de rayon intérieur  $R_2$  et portant une charge  $-Q_2$  avec un potentiel  $V_2$ . Le champ électrique entre les deux sphères étant radial et de

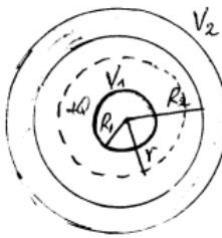


Figure 3. Capacité d'un condensateur sphérique

Symétrie sphérique, il est possible d'appliquer le théorème de Gauss, en prenant comme surface de Gauss la surface sphérique de rayon  $r$ . Cela nous permet d'écrire :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_r 4\pi r^2 = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

$$\vec{E} = E_r \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Connaissons que :

$$V(R_2) - V(R_1) = - \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$V(R_2) = V_2 \quad \text{et} \quad V(R_1) = V_1$$

$$V_2 - V_1 = - \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{d\vec{r}}{r^2}$$

$$d\vec{r} = d_r \vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta + r \sin \theta d\varphi \vec{u}_\varphi$$

$$\begin{aligned} V_2 - V_1 &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r} \right]_{R_1}^{R_2} \\ V_1 - V_2 &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right] \end{aligned}$$

La capacité du conducteur est donnée par :

$$C = \frac{Q}{V_2 - V_1} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1}$$

Exercice 05 : Supposons que la longueur du cylindre est très grande devant les rayons des cylindres  $L \gg R_1, R_2$ . Le champ électrique est dans ce cas radial ( $d\vec{S}_2 = E_r \vec{u}_r$ ) et a une symétrie cylindrique

de rayon  $r$  (sur une surface cylindrique de rayon  $r$  le module de  $\vec{E}$  est le même). Cela nous permet d'appliquer le théorème de Gauss, en choisissant une surface cylindrique de rayon  $r$  ( $R_1 < r < R_2$ ) comme surface de Gauss :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} // d\vec{S}_L$$

$$S_L = 2\pi r L$$

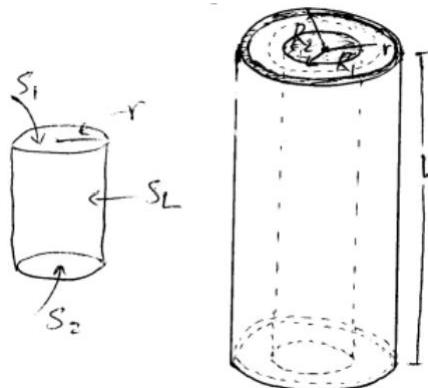


figure 4. Capacité d'un condensateur cylindrique

$$\vec{E} \perp d\vec{S}_1$$

$$\vec{E} \perp d\vec{S}_2$$

Avec  $d\vec{S}_1$  et  $d\vec{S}_2$  des éléments de surface sur les surfaces en haut et en bas du cylindre choisi. On a donc

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_L} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_L} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_r 2\pi r L$$

$$E_r 2\pi r L = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$Q_{int} = \sigma 2\pi r L$$

$$E_r = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \frac{R_1}{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma R_1}{\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot \vec{u}_r$$

D'autre part

$$V(R_2) - V(R_1) = - \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$V_2 - V_1 = - \frac{\sigma \cdot R_1}{\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{\sigma R_1}{\epsilon_0} [\ln r]_{R_1}^{R_2}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{\sigma R_1}{\epsilon_0} \ln \frac{R_1}{R_2}$$

$$\sigma = \frac{Q}{2\pi R_1 L}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 L} \cdot \ln \frac{R_2}{dR_1}$$

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi \epsilon_0 L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

### Exercice 10 :

- La tension entre les points (bornes du condensateur) A et B est égale à 24 V, ce qui permet à une charge électrique égale  $Q_A = CV = 33 \times 10^{-6} \cdot 24 C = 792 \times 10^{-6} C$  de se mettre sur une armature du condensateur (l'autre armature portera la même charge  $Q_A$  mais de polarité différente). L'énergie electrostatique emmagasinée dans le condensateur est donnée par :  $Ep = 1/2 CV^2 = 95.04 \times 10^{-4} J$
- les bornes A et B sont reliées aux bornes E et D d'un condensateur complètement déchargé. à

l'état initial ( sans le condensateur entre E et D ) le condensateur entre A et B porte une charge  $Q_A$  sur son armature proche de A. Après avoir connecté un deuxième condensateur entre E et D la charge  $Q_A$  se répartit sur les deux armatures proches de A et E (sur les deux armatures proches de B et D la même charge se répartit mais de potentiels différents). La conservation de la charge électrique donne  $Q_A = q_A + q_E$

Aussi, le même potentiel s'établit entre les deux condensateurs,

$$V = \frac{q_A}{C_1} = \frac{q_E}{C_2}$$

$$\frac{Q_A - q_E}{C_1} = \frac{q_E}{C_2}$$

La charge  $q_E$  s'obtient

$$\frac{Q_A}{C_1} = q_E \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = q_E \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}$$

$$q_E = \frac{Q_A C_2}{(C_1 + C_2)}$$

$$q_A = Q_A - q_E = Q_A \left( 1 - \frac{C_2}{(C_1 + C_2)} \right) = Q_A \frac{C_1}{(C_1 + C_2)}$$

$$q_E = 49.5 \times 10^{-6} C$$

$$q_A = 742.5 \times 10^{-6} C$$

d L'énergie emmagasinée dans le condensateur A après connexion est donnée par

$$E_p^A = \frac{1}{2} \frac{q_A^2}{C_1} = 83.53 \times 10^{-4} J$$

alors que celle emmagasinée dans le condensateur E est

$$E_p^E = \frac{1}{2} \frac{q_E^2}{C_2} = 7.57 \times 10^{-4} J$$

L'énergie emmagasinée dans les deux condensateurs à l'état final est égale à :

$$E_p = E_p^A + E_p^E = 91.1 \times 10^{-4} J$$

On voit bien que cette valeur est inférieure à celle du condensateur A à l'état initial ( $95.04 \times 10^{-4} J$ ). Ceci est dû au fait qu'en réalité les fils de connexion utilisés ont une certaine résistance qui fait perdre au système de l'énergie électrostatique sous forme de chaleur (énergie calorifique : effet Joule.). Cette quantité d'énergie perdue est égale à :

$$\Delta E_p = 95.04 \times 10^{-4} - 91.1 \times 10^{-4} = 3.96 J$$

### Exercice 11 : corrigé (questions sur le cours)

#### I- NB : Mettre une croix [X] dans la case de la réponse juste. (11.25pts)

- 1/ L'isolant de la classe B possède une température maximale de l'ordre de :  
 a- 105 °C  b- 120 °C  c- 130 °C  d- 180 °C
- 2/ Pour les matériaux paramagnétiques, les moments  $M_a$  et  $M_m$  résultant sont comme suit :  
 a-  $M_a = 0$  et  $M_m = 0$   b-  $M_a \neq 0$  et  $M_m = 0$   c-  $M_a \neq 0$  et  $M_m \neq 0$   d-  $M_a = 0$  et  $M_m \neq 0$
- 3/ Pour les matériaux diamagnétiques, le moment magnétique atomique est toujours :  
 a- négatif  b- nul  c- positif
- 4/ Le rapport entre la valeur de l'aimantation du matériau paramagnétique et celle du champ qui le produit est :  
 a- faible  b- important  c- nul
- 5/ Les matériaux diamagnétiques s'aimantent proportionnellement au champ dans lequel ils sont placés, cette aimantation est de :  
 a- même sens que le champ inducteur  b- en sens inverse
- 6/ A l'extérieur du barreau aimanté, les lignes de force vont du :  
 a- pôle nord au pôle sud  b- pôle sud au pôle nord  c- Les deux sens
- 7/ La susceptibilité magnétique d'un matériau paramagnétique est :  
 a- négative  b- positive  c- nulle
- 8/ Les matériaux doux possèdent une aimantation rémanente :  
 a- difficile à annuler  b- facile à annuler  c- aucune réponse
- 9/ Les matériaux durs sont utilisés pour fabriquer les :  
 a- moteurs  b- tôles magnétiques  c- aimants permanents  d- transformateurs
- 10/ Pour les diélectriques, l'angle de pertes caractérise la qualité d'un isolant, donc un bon isolant indique que :  
 a- résistance d'isolement élevée et l'angle faible  b- résistance d'isolement élevée et l'angle élevé  c- résistance d'isolement élevée et l'angle de pertes nul
- 11/ Le facteur de dissipation diélectrique est défini comme étant :  
 a- le rapport entre la tangente de l'angle et la résistance  b- la tangente de l'angle   
 c- le rapport entre la tangente de l'angle et la capacitance  d- La résistance de l'isolement
- 12/ La bande d'énergie où se bougent les électrons libres est appelée :  
 a- la bande de valence  b- la bande interdite   
 b- la bande gap  d- la bande de conduction
- 13/ La conduction dans un semi-conducteur est réalisée par :  
 a- les électrons  b- les trous  c- les deux à la fois
- 14/ Dans les isolants, la hauteur de la bande interdite est de l'ordre de :  
 a- (1eV)  b- (3eV)  c- (5eV)  d- (7eV)
- 15/ Pour les semi-conducteurs, la hauteur de la bande interdite est de l'ordre de  
 a- (1eV)  b- (3eV)  c- (5eV)  d- (7eV)

### Exercice 12 et corrigé

1.  $\rho = 1/Nee\mu_e$

2. L'augmentation de l'agitation thermique successive à l'augmentation de la température interne du conducteur augmente la vitesse  $v_{them}$  des électrons libres et la fréquence  $f_{coll}$  des collisions, ceci a pour conséquence une diminution de la mobilité  $\mu_e$  des électrons libres et de la conductivité  $\sigma$  du conducteur (donc une augmentation de la résistivité  $\rho$ ).

3. L'épaisseur des isolants requis augmenterait significativement le poids, le coût et l'encombrement de ces câbles et amènerait des difficultés de refroidissement importantes de ces conducteurs ce qui engendrerait des échauffements additionnels significatifs de ces conducteurs

4. Considérons simplement un condensateur plan de surface  $S$  et d'épaisseur  $a$ . Posons que la charge de polarisation apparaissant à chaque surface du condensateur est  $\sigma_s [C/m^2]$ .

Comme la charge totale à l'intérieur est compensée et donc nulle, le moment diélectrique totalest :  $\sigma_s \cdot S \cdot a$

En divisant par le volume  $V = S \cdot a$ , nous obtenons la polarisation  $P$ :  $P = \sigma_s$

La polarisation  $P$  est également à la densité de charge apparaissant à la surface.

5. Durant la polarisation, les charges sont mises en mouvement mais ne peuvent jamais quitter la molécule. Par contre, la conduction est le déplacement des charges sur de grandes distances, qui se libèrent et quittent les particules.

- ✓ La conduction dans les diélectriques est pratiquement assurée par les impuretés se trouvant dans l'isolant et non pas due à sa structure de base. La polarisation peut donc être représentée comme un grand nombre de charges se déplaçant sur de très petites distances, sans jamais quitter les molécules. Tandis que la conduction dans les diélectriques comme le déplacement d'une petite quantité de charges mais sur de larges distances.
- ✓ La polarisation peut être considérée comme un mouvement élastique. Quand l'effet du champ électrique externe disparaît, les charges reviennent à leur position initiale, ce qui ne se passe jamais pour la conduction.

Tandis que la conduction se produit tant que la tension continue est appliquée, la polarisation ne se produit que lors de l'application ou de la suppression de la tension. La polarisation et donc le courant capacitif, ne subsistent que lorsqu'il s'agit d'une tension alternative.

## Partie 2. Magnétisme et Matériaux Magnétiques

### I. Définition et notion

#### I.1 Induction magnétique et champ magnétique dans le vide

Dans le vide existe une propriété que l'on appelle champ magnétique ou induction magnétique. On peut la mettre en évidence, en un point P quelconque, par l'une ou l'autre des essais suivants.

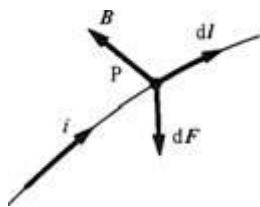


Figure.1.essai1.

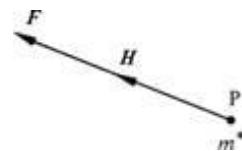


Figure.2.essai2.

Dans figure1, on fait passer par P un conducteur parcouru par un courant i. L'élément de longueur dl de ce conducteur autour de P subit une force dF donnée par la loi de Laplace.

$$dF = idl \wedge B \quad (\text{II.1})$$

La force dF est une mesure directe de l'induction magnétique B en Tesla (T).

Dans figure2, on place en P une masse magnétique m, qui subit une force F donnée par la loi de Coulomb

$$F = m H$$

La force F est une mesure directe du champ magnétique H en (A/m).

Les effets observés en P peuvent provenir : de la présence de courants électriques au voisinage de P; de la présence de masses magnétiques au voisinage de P ou bien les deux causes réunies.

B et H traduisent, dans le vide, une même propriété. Celle-ci se révélant différent en présence d'une masse magnétique ou d'un courant, la relation de proportionnalité entre B et H:

$$B = \mu_0 H$$

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$  déterminent la constante de proportionnalité  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide

#### I.2 Matériaux magnétiques.

Soumises à une induction magnétique, certaines substances se mettent à produire elles-mêmes, dans le volume qu'elles occupent et à l'extérieur, une induction magnétique. On dit qu'elle s'aimante ou se polarisent magnétiquement.

Le spin des électrons et, dans une faible mesure, leur mouvement orbital autour du noyau sont responsables de ce phénomène, le comportement détaillé des électrons dans le processus d'aimantation est

décrit par le concept de moment magnétique atomique.

### I.2.1 Moment magnétique atomique.

Le moment magnétique d'un atome est une propriété de celui-ci que l'on peut représenter par deux modèles : le dipôle magnétique (fig.3); et le courant ampérian (fig.4).

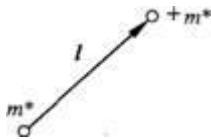


Figure.3



Figure.4

Le dipôle magnétique est constitué de deux masses magnétiques de signes opposés, séparées par une distance  $l$ . Le moment magnétique associé à ce modèle porte le nom de moment magnétique dipolaire  $m_d$ .

$$m_d = m/l$$

$$\text{Wbm}$$

Le moment magnétique associé à ce modèle porte le nom de moment magnétique ampérian  $m_A$ .  $A$  est le vecteur représentant la surface délimitée par le courant circulaire  $i$ .

$$m_A = iA \quad \text{A-m}^2$$

### I.2.2 Induction magnétique et champ magnétique dans la matière

On supposera que la présence, entre les atomes, de la masse magnétique  $m$ , respectivement du courant  $i$ , ne modifie pas la polarisation magnétique de l'échantillon. Les forces agissant sur  $m$ , respectivement  $i$ , peuvent avoir plusieurs origines que l'on répartira en deux classes.

- la polarisation magnétique de l'échantillon lui-même, résultant de la présence dans celui-ci de dipôles magnétiques ou de courants ampériens.
- tous les autres facteurs susceptibles d'agir sur  $m$  et  $i$  tels que les courants circulant à l'extérieur ou même à l'intérieur de l'échantillon comme les courants de Foucault, les aimants se trouvant dans le voisinage, ....

1 et 2 ces des indices pour marquer les contributions des facteurs relevant des classes correspondantes.

$$d\mathbf{F} = i \, d\mathbf{l} \wedge (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2)$$

et

$$F=m(H_1+H_2)$$

L'équation (II.3) serait encore valable si l'on posait  $B = B_1 + B_2$  et  $H = H_1 + H_2$ . L'induction magnétique et le champ magnétique auraient alors des rôles totalement comparables, dans le vide aussi bien que dans la matière. Or,

L'induction magnétique  $B$ , par définition, est une mesure des facteurs relevant des classes 1 et 2. Le champ magnétique  $H$ , est une mesure des facteurs relevant de la classe 2 uniquement.

- **Vecteur aimantation**

L'induction magnétique dans la matière peut être exprimée par l'équation

$$B=\mu_0 (H + M) \quad (\text{II.8})$$

$M$  le vecteur aimantation, en ampère par mètre.

- **Vecteur polarisation magnétique**

L'induction magnétique dans la matière peut également être exprimée par l'équation

$$B=\mu_0 H + I \quad (\text{II.9})$$

Cette équation définit le *vecteur polarisation magnétique*  $I$  en Tesla, mesure de la densité volumique de moment magnétique dipolaire.

- **Susceptibilité magnétique**

On appelle susceptibilité magnétique absolue  $\chi$ , le rapport:

$$\chi = I / H \quad \text{H/m}$$

La susceptibilité magnétique relative  $\chi_r$  est définie par

$$\chi_r = M / H$$

- **Perméabilité magnétique**

On appelle perméabilité magnétique absolue  $\mu$  la grandeur

$$\mu = \mu_0 + X = \mu_0 (1 + X_r) \quad \text{H/m}$$

La perméabilité magnétique relative

$$\mu_r = \mu / \mu_0$$

### I.3 Magnéton de Bohr

La théorie montre qu'un moment magnétique est toujours un multiple entier d'un moment magnétique unitaire appelé magnéton de Bohr  $m_B$ .

Dans le modèle dipolaire :  $m_B = 9,273 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$  (II.14)  $m_B = 1,165 \cdot 10^{-29} \text{ Wb.m}$  (II.15)

#### Classification magnétique des matériaux

En utilisant la théorie de Bohr-Sommerfeld, on peut assimiler la circulation de l'électron sur son orbite à un courant électrique circulant dans une spire. La circulation de l'électron engendre un moment magnétique perpendiculaire au plan de l'orbite. L'intensité de ce moment magnétique est mesurée par le nombre quantique magnétique  $m_l$ . De même, la rotation (spin) de l'électron sur lui-même engendre également un moment magnétique qui est quantifié par le nombre magnétique de spin  $m_s$  qui peut prendre deux valeurs distinctes ( $+1/2$  et  $-1/2$ ) quand  $m_s = +1/2$ , le moment magnétique est parallèle au champ magnétique. Si  $m_s = -1/2$ , le moment magnétique est orienté dans une direction opposée à celle du champ magnétique.

Lorsque les couches électroniques sont complètes, les moments magnétiques des électrons se compensent et le moment magnétique résultant est nul: seuls les atomes possédant des couches électroniques incomplètes auront un moment magnétique permanent.

À l'état solide, ce sont seulement les atomes qui auront une couche électronique interne incomplète qui ont un moment magnétique permanent, car la couche électronique externe (électron de valence) est complétée par les électrons de valence des atomes voisins.

Éléments	Z	3s	3p	3d	4s
Fe	26				
Co	27				
Ni	28				
Cu	28				

**Figure 5.** Disposition des électrons dans les couches électroniques 3d et 4s du fer (Fe), cobalt (Co), nickel (Ni) et cuivre (Cu).

Parmi les éléments qui possèdent une couche électronique incomplète, il faut citer les éléments de transition de la première série et en particulier le fer, le cobalt et le nickel qui constituent des matériaux magnétiques importants (fig.5). Sur la base de leur comportement magnétique, on peut diviser les matériaux en cinq groupes, diamagnétique, paramagnétique, ferromagnétique, antiferromagnétique et ferrimagnétique.

**I.4 Les matériaux diamagnétiques :** sont composés d'atomes ayant tous des couches électroniques complètes et qui ne possèdent pas de moment magnétique permanent.

Leur susceptibilité magnétique est petite, négative ( $\chi_r = -10^{-6}$ ) et indépendante de la température. Le vecteur d'aimantation  $M$  est de sens opposé à celui du vecteur champ magnétique  $H$ . Un certain nombre de métaux (Cu,Ag), les non-métaux, la plupart des composés organiques sont diamagnétiques.

Tableau II.1			
Matière	$\chi_r$	Matière	$\chi_r$
Si	$-1,2 \cdot 10^{-6}$	SeAg	$-4,0 \cdot 10^{-6}$
Cu	$-1,08 \cdot 10^{-6}$	PbAl <sub>2</sub>	$-2,4 \cdot 10^{-6}$
Zn	$-1,9 \cdot 10^{-6}$	$O_3$	$-1,4 \cdot 10^{-6}$
Ge	$-1,5 \cdot 10^{-6}$		$-3,5 \cdot 10^{-6}$

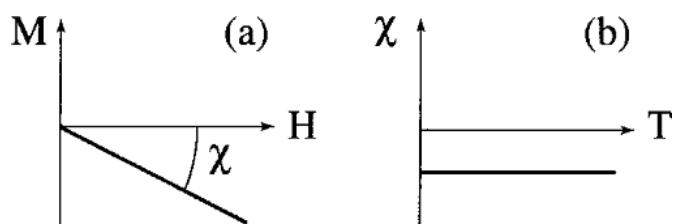


Figure 6. Variations sous champ magnétique de l'aimantation (a) et variation thermique de la susceptibilité magnétique (b) pour une substance diamagnétique

**Les matériaux paramagnétiques:** Dans un grand nombre de cas, le magnétisme des substances paramagnétiques provient des moments magnétiques permanents portés par tout ou partie des atomes. Ces moments n'interagissent pratiquement pas entre eux et peuvent s'orienter librement dans n'importe quelle direction, on parle alors du paramagnétisme des atomes libres (figure.7).

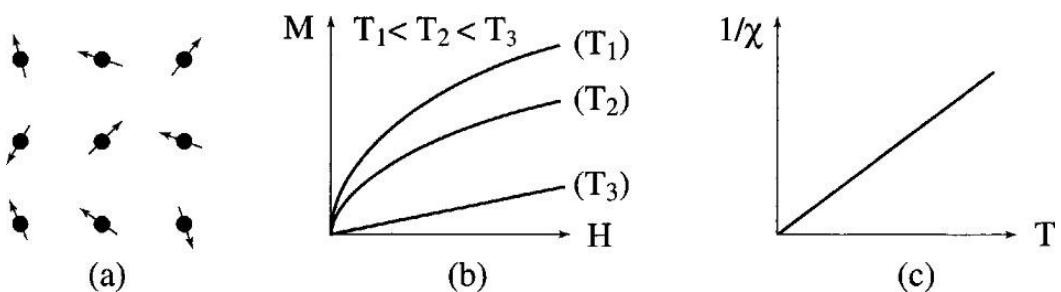


Figure 7. Paramagnétisme des atomes libres

Sous l'action d'un champ magnétique, la valeur moyenne de l'orientation des moments est modifiée et une aimantation induite parallèle au champ apparaît. Cette aimantation est d'autant plus faible que la température est élevée, c'est-à-dire que l'agitation thermique est importante (figure II.7.b). Au fur et à mesure que la température augmente les variations de l'aimantation en fonction du champ deviennent de plus en plus

linéaires. La susceptibilité initiale, positive, est infinie au zéro absolu et décroît lorsque la température augmente. Elle est généralement de l'ordre de  $10^{-3}$  à  $10^{-6}$  à la température ambiante. Dans le cas idéal, l'inverse de la susceptibilité initiale varie proportionnellement à la température : c'est la loi de Curie (figure II.7.c).

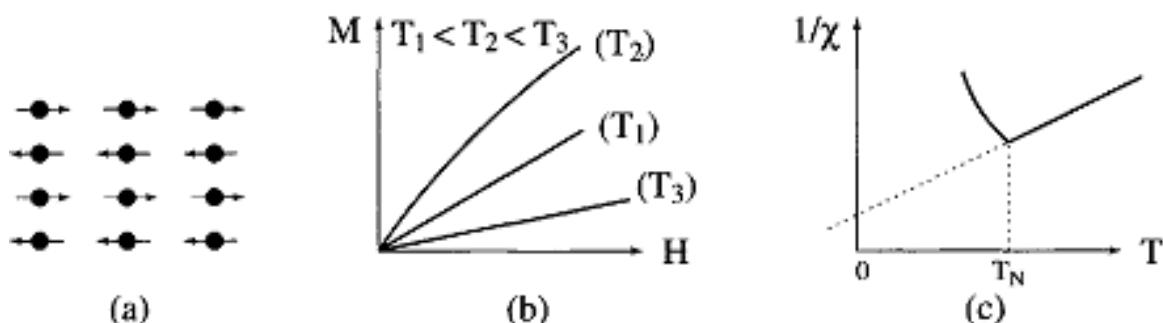
Le tableau 2. donne quelques valeurs de susceptibilités à température ambiante, respectivement à  $1000^{\circ}\text{C}$  pour les deux substances marquées d'un astérisque.

Tableau.2			
Matière	$\chi_r$	Matière	$\chi_r$
Na	$8,6 \cdot 10^{-6}$	Pt	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Al	$7,7 \cdot 10^{-6}$	U	$3,3 \cdot 10^{-5}$
Mn	$1,2 \cdot 10^{-4}$	CoOF	$0,75 \cdot 10^{-3}$
Ta	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$e_3C^*F$	$3,7 \cdot 10^{-5}$
W	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$e_\gamma^*$	$2,5 \cdot 10^{-5}$

### I.5 Les matériaux antiferromagnétisme :

L'antiferromagnétisme est un magnétisme faible similaire au paramagnétisme dans le sens où la *susceptibilité est faible et positive*. Cependant la variation thermique de l'inverse de la susceptibilité, mesurée sur une substance poly cristalline, présente un minimum à la température dite température de Néel  $T_N$  (figure 8.c). Ce maximum de susceptibilité a pour origine l'apparition, en-dessous de  $T_N$ , d'un arrangement antiparallèle des moments magnétiques présents dans la substance qui se divisent, dans les cas les plus simples, en deux sous-réseaux d'aimantations égales et opposées de sorte qu'en l'absence de champ, l'aimantation totale est nulle (figure 8.a).

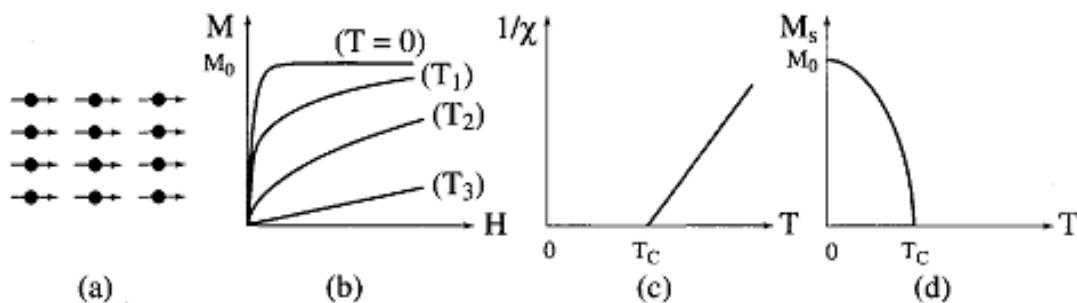
Cet arrangement antiparallèle des moments individuels est la conséquence d'interactions entre atomes voisins (appelées interactions d'échange négatives). Celles-ci s'opposent à l'action du champ appliqué qui tendrait à rendre les moments parallèles. Quand la température décroît en dessous de  $T_N$ , la susceptibilité diminue car l'agitation thermique qui s'oppose à l'ordre antiferromagnétique des moments diminue. A haute température. L'agitation thermique prend le dessus et l'on retrouve une variation thermique de la susceptibilité similaire à celle d'un paramagnétique (figure 8.b et c).



**Figure 8.** Antiferromagnétisme : (a) réseau des pins-(b)  $M(H)$ ;(c)  $\chi^{-1}(T)$ 

Les matériaux ferromagnétiques : Contrairement au cas précédent, des interactions dites d'échange positives favorisent, dans une substance ferromagnétique, le parallélisme des moments magnétiques d'atomes voisins (figure II.9.a). Tout se passe alors comme si un champ magnétique, appelé champ moléculaire, alignait les moments (ce *champ fictif* nous sera utile pour décrire le ferromagnétisme, mais en réalité ce n'est pas un vrai champ magnétique). Comme pour l'antiferromagnétisme, à haute température l'agitation thermique conduit à une susceptibilité similaire à celle d'un paramagnétique :

c'est la loi de Curie-Weiss schématisée sur la figure 9.c.


**Figure 9.** Ferromagnétisme

- (a) Réseau des pins-(b) Variation sous champ de l'aimantation ( $T_1 < T_c < T_2 < T_3$ )(c) Variation thermique de  $\chi^{-1}$   
(d) Variation thermique de l'aimantation spontanée

Cependant, en raison des interactions magnétiques, la susceptibilité - au lieu de devenir infinie à 0 K comme dans un paramagnétique - devient infinie à une température caractéristique, appelée température de Curie  $T_c$ . En dessous de cette température, les interactions dominent l'agitation thermique et une aimantation spontanée ( $M_s$ ) apparaît en l'absence de champ appliqué, l'aimantation qui atteint à température nulle sa valeur maximale,  $M_0$ , correspondant au parallélisme de tous les moments individuels (figures 9.b et 9.d).

Malgré l'existence d'une aimantation spontanée en dessous de  $T_c$ , un morceau de matériau ferromagnétique n'est pas toujours spontanément aimanté, on dit alors que le matériau est désaimanté. Ceci résulte du fait que l'intérieur du matériau est divisé en domaines magnétiques, appelés domaines de Weiss. D'un domaine à l'autre la direction des moments, c'est-à-dire de l'aimantation spontanée locale, varie de sorte que le moment magnétique total de l'échantillon est nul. Cependant en appliquant un champ, on modifie la répartition des domaines et il en résulte la variation de l'aimantation représentée en trait plein sur la figure II.10 et appelée courbe de première aimantation : ainsi, au niveau macroscopique, un ferromagnétique est une substance qui acquiert généralement une forte aimantation sous l'action d'un champ.

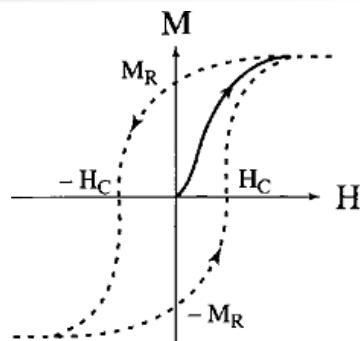


Figure.10. Courbe d'aimantation d'un matériau non aimanté ou courbe de première aimantation (trait plein) Cycle d'hystérésis (traits discontinus)

Les matériaux ferrimagnétiques : Le ferrimagnétisme caractérise un matériau de type antiferromagnétique dans lequel les deux sous-réseaux n'ont pas la même aimantation (figure.11.a). Il n'y a alors plus compensation exacte de l'aimantation des deux sous-réseaux. Il en résulte, en dessous de la température d'ordre  $T_c$ , une aimantation spontanée de sorte que, comme le montrent les figures 11.b et 11.d, les propriétés macroscopiques d'un ferrimagnétique dans cette gamme de températures et d'un ferromagnétique sont presque les mêmes.

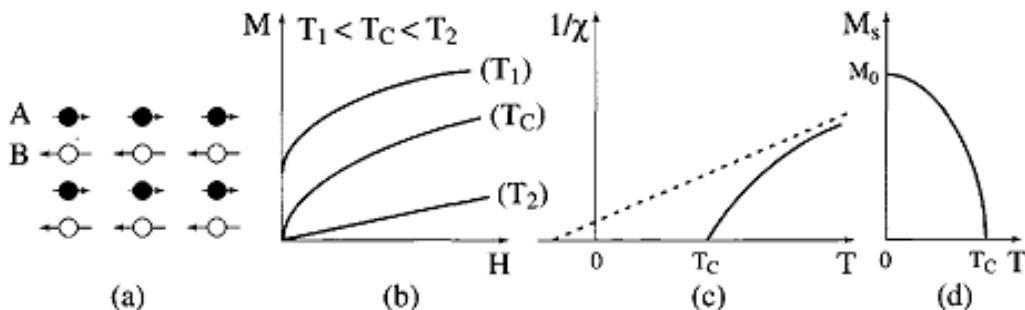


Figure.11. Ferrimagnétisme:(a)Réseau de spins-(b) Variation sous champ de l'aimantation (c)Variation thermique de  $1/\chi$ -(d) Variation thermique de l'aimantation spontanée.

### Exercice 1

1) Existe-t-il des aimants naturels ?

Oui, ces matières sont des oxydes de fer (exemple : la magnétite).

2) En quelles matières sont fabriqués les aimants artificiels ?

- Alliages spéciaux : Alnico (acier, aluminium, nickel et cobalt)
- Ferrites durs (oxydes de fer, et oxydes de cobalt)

3) Comment est construite une boussole et comment fonctionne-t-elle ?

C'est une aiguille aimantée sur un axe, elle s'oriente toujours dans la même direction. La pointe de l'aiguille qui montre le nord géographique est désignée pôles nord.

4) Peut-on isoler un pôle d'aimant ?

Non car l'aimantation est une propriété de la particule de matière la plus petite, l'atome

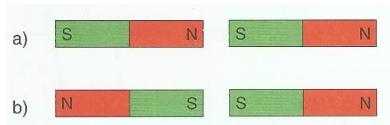
5) Comment peut-on visualiser le spectre magnétique d'un aimant ?

L'utilisation de la limaille de fer on peut mettre en évidence le spectre magnétique. En saupoudrant l'aimant, la limaille se déplace pour former des lignes allant d'un pôle à l'autre.

6) Comment sont orientées les lignes de champ d'un aimant ?

Elles sont orientées du nord vers le sud à l'extérieur de l'aimant.

7) Dessiner les lignes de champ de deux aimants rectangulaires distants de quelques millimètres, dans les deux cas suivants ?



8) Citer trois application des aimants permanents

- Haut-parleur
- Instruments de mesure
- Petits moteurs à courant continu

9) Que se passe-t-il lorsqu'un barreau de fer est placé dans un champ magnétique ?

Les aimants élémentaires du fer s'alignent par l'influence des champs magnétiques, et le barreau devient temporairement magnétique.

10) Qu'est-ce qu'un matériau non magnétique ?

Ce sont des matériaux qui ne subissent pratiquement aucun changement quand on les soumet à un champ magnétique. IL ne modifie pas le champ magnétique obtenu dans l'air, ni la forme, ni dans sa valeur

11) Quels sont les principaux matériaux ferromagnétiques ?

- Le fer, le nickel, le cobalt

12) Comment peut-on diminuer ou supprimer l'alimentation d'un matériau ?

- En chauffant les matières au-dessus d'une certaine température
- En soumettant un aimant permanent à l'influence d'un fort champ alternatif d'intensité décroissante.
- Sous l'influence d'un choc violent
- Le vieillissement de l'aimant

13) Qu'appelle-t-on flux magnétique ?

Le flux magnétique est l'ensemble des lignes de champs produites par un aimant ou un électroaimant

14) Quels sont les symboles de grandeur et d'unité du flux magnétique ?

Le flux magnétique  $\phi$  s'exprime en Webers (Wb)

15) Qu'appelle-t-on induction magnétique ?

- L'induction magnétique est les nombres de lignes de champs magnétiques par unité de surface

16) Quels sont les symboles de grandeur et d'unité de l'induction magnétique ?

L'induction magnétique B s'exprime en Tesla (T)

17) Citer trois applications des électroaimants ?

- Relais, contacteurs
- Déclencheurs électromagnétiques
- Disjoncteurs de canalisation

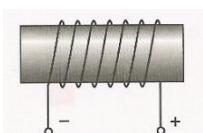
18) Qu'appelle-t-on champs magnétique ?

- C'est un des effets que produit le passage du courant dans un conducteur.
- Il est constitué de ligne de champs. Leurs sens dépend du sens du courant-
- C'est l'espace qui entoure l'aimant et dans le quels on peut décelérer actions magnétiques

19) Quels sont les symboles de la grandeur et de l'unité du champ magnétique ?

L'intensité du champ magnétique H s'exprime en ampère par mètre  $\left(\frac{A}{m}\right)$

20) Quel est le sens du champ magnétique dans le noyau de cette bobine



21) Quel est l'avantage d'avoir une bobine avec un noyau ferromagnétique ?

Le champ magnétique est multiplié par la présence des aimants élémentaires du noyau

22) Une bobine de 5cm de diamètre, longue de 45 cm comprend 500 spires en fil de cuivre de 0.4 mm de diamètre. Elle est traversée par un courant de 320 mA. Calculer :

a)

L'intensité du champ magnétique au centre de cette bobine,

b)

La valeur de l'induction

c)

Flux magnétique produit.

$\mathcal{O} = 5\text{cm}$	$l = 0.45 \text{ m}$	$N = 500$	$\mathcal{O}_{\text{fils}} = 0.4\text{mm}$	$I = 320\text{mA}$
$H = 355,5\text{A/m}$	$B = 4.447 \text{ E}^{-4}\text{T}$	$\phi = 8.79 \text{ E}^{-7}\text{Wb}$		

$$a) H = \frac{N \cdot I}{l_{(longuer\_bobine)}} = \frac{500 \cdot 0.32}{0.45} = 355.55 \frac{A}{m}$$

$$b) B = \mu_0 \cdot H = 355.55 \cdot (1.26^{E-6}) = 4.447^{E-4} T$$

$$c) \Phi = B \cdot A = 4.447^{E-4} \cdot (0.785 \cdot 0.05^2) = 8.7919^{E-7} Wb$$

23) Une Bobine de 2 cm de diamètre comprend 1200 spires en fil de cuivre de diamètre de 0,5 mm réparties sur deux couches. On place à l'intérieur de cette bobine un noyau ferromagnétique de perméabilité relative égale à 500. On alimente cette bobine au moyen d'une source de tension dont la FEM  $E=6$  V et la résistance interne  $R_i=2.2\Omega$

Calculer l'intensité des champs magnétiques au centre de cette bobine, la valeur de l'induction ainsi que celle du flux magnétique produit

- a) L'intensité du champ magnétique au centre de cette bobine,
- b) La valeur de l'induction
- c) Flux magnétique produit.

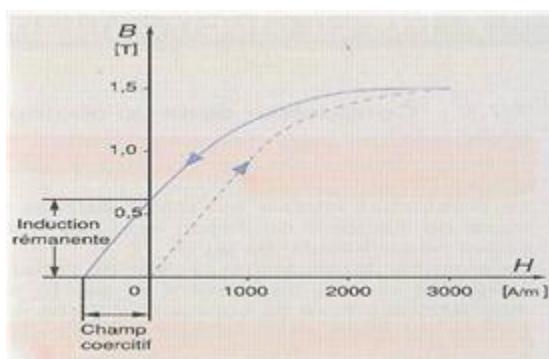
$\emptyset = 0.02m$	$l = 0.45 m$	$N = 1200$	$\emptyset_{fils} = 0.5mm$	$\mu_r = 500$	$E = 6V$
$H = A/m$	$B = T$	$\phi = Wb$	$R_i = 2.2\Omega$		

24) À quoi correspond la saturation magnétique d'un matériau ?

Dans la courbe d'aimantation à partir d'une certaine excitation, l'induction croît moins rapidement bien que l'augmentation de l'intensité du champ magnétique soit toujours aussi importante. Cette partie de la courbe est appelée saturation

25) Qu'appelle-t-on hystéresis ?

C'est une sorte de retard à la désaimantation



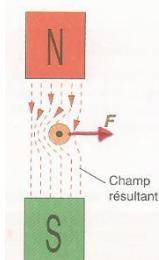
26) Dans quels cas, l'aimantation rémanente est-elle utile et comment peut-on la faire disparaître ?

Grâce au champ magnétique rémanent, les dynamos peuvent s'amorcer. En insérant dans le circuit magnétique une plaquette de laiton (diamagnétique) qui augmente la résistance au passage des lignes de force.

27) Que se passe-t-il lorsqu'un conducteur parcouru par un courant est placé dans un champ magnétique. ?

Il se produit sur le conducteur une force de déplacement. Le sens de déplacement résulte de l'effet produit par les lignes de champs de l'aimant et par le sens du champ magnétique autour du conducteur. C'est l'effet moteur.

28) Quel est le sens de déplacement de ce conducteur ?



29) Pourquoi deux conducteurs électriques proches sont-ils soumis à des forces importantes lors d'un court-circuit ?

Si les conducteurs sont parcourus par des courants de même sens, on aurait un effet d'attraction. Les mêmes conducteurs parcourus par des courants de sens contraire se repoussent. Plus il y a d'ampère plus l'effet de force sera grand.

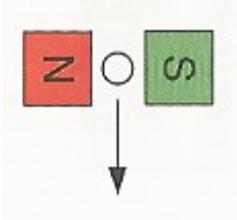
30) Que se passe-t-il lorsqu'un conducteur se déplace dans un champ magnétique ?

On produit une force électromotrice FEM dans le conducteur. C'est l'effet générateur.

31) Dans quels sens circule le courant induit dans un conducteur ?

La loi de LENZ : le sens du courant induit est tel que le champ magnétique qu'il produit s'oppose toujours à la variation de flux qui lui donne naissance.

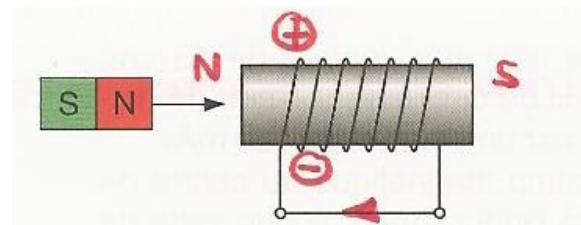
32) Quel est le sens du courant induit dans le conducteur ?



33) Dans quelles conditions, une tension peut-elle être induite dans une bobine ?

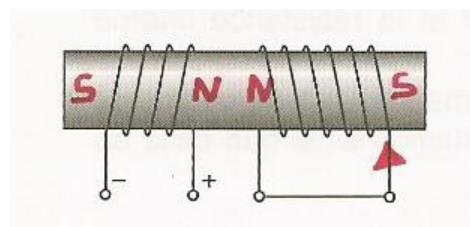
Une tension est induite dans un conducteur aussi longtemps qu'il coupe des lignes de champs.

34) Quel est le sens du courant induit dans la bobine. ?

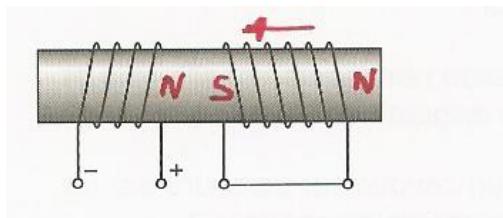


35) Que peut-on dire du courant induit dans la bobine de l'exercice précédent, si on réalise la même expérience sans le noyau ferromagnétique. ?

36) Quel est le sens du courant induit dans la bobine de droite, lorsqu'on enclenche la bobine de gauche. ?



37) La bobine de droite est mobile : dans quel sens va-t-elle se déplacer lorsqu'on coupe le courant dans la bobine de gauche.



38) Dans quelles conditions des courants de Foucault peuvent-ils apparaître ? Citer quelque partie de machines électriques où on les rencontre.

- a) Les courants de Foucault sont des courants induits qui prennent naissance normalement en dehors des conducteurs habituels. Ils ne se manifestent qu'en présence de champs magnétiques variables.
- b) Transformateur, moteur, bobinage.

39) Citer trois applications industrielles des courants de Foucault

- a) Ralentisseur de véhicules lourd
- b) Freinage des disques de compteur d'énergie à partir d'un aimant permanent
- c) Amortissement mécanique des instruments de mesure.

40) Pourquoi les circuits magnétiques des transformateurs sont-ils en tôles feuillettées ?

Pour diminuer l'effet et l'intensité des courants de Foucault.

41) Qu'est-ce que la self-induction ?

Lorsqu'une bobine est soumise à des variations de courants, donc de flux, elle est le siège d'une tension induite qui tend à s'opposer à ces variations.

42) Quels sont les symboles de grandeur et d'unité de l'inductance ?

L'inductance L s'exprime en Henrys (H)

43) De quels paramètres l'inductance d'un circuit dépend-t-elle ?

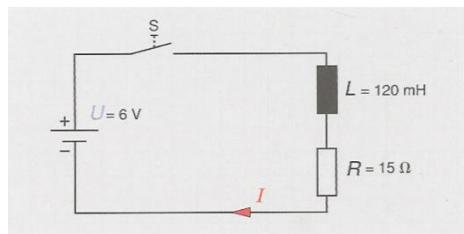
$$a) L = \frac{\mu_{(\mu_0 \cdot \mu_r)} \cdot N^2 \cdot A}{l}$$

$$b) E' = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Un henry est l'inductance électrique d'un circuit fermé dans lequel une force électromotrice d'un volt est induite lorsque le courant électrique qui parcourt le circuit varie uniformément à raison de 1 ampère par seconde.

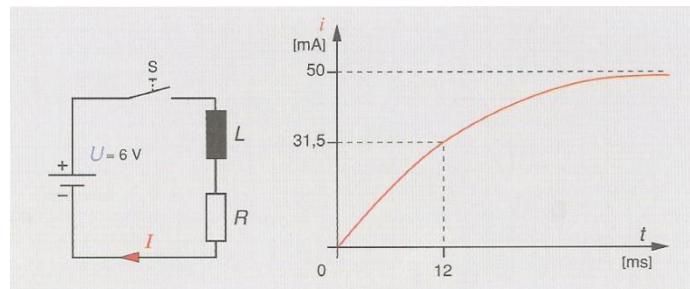
44) Calculer l'inductance de la bobine de l'exercice 23 ?

45) Dessiner l'allure d'I à l'enclenchement de ce circuit.



46) On désire obtenir le signal suivant à l'enclenchement.

Calculer les valeurs de R et de L



47) Que se passe-t-il lorsqu'une spire est traversée par un flux magnétique variable. ?

Elle retard le courant qui la traverse. Elle est soumise à l'effet de self à induction.

48) Que se passe-t-il lorsqu'un circuit présentant de l'inductance est ouvert ?

À l'ouverture d'un circuit présentant de l'inductance, une FEM auto induite tend à prolonger le passage du courant.

49) Le courant traversant la bobine de l'exercice 23 est coupé en  $720\mu\text{s}$ . Calculer la force contre-électromotrice induite.

### Partie 3. Rappel sur les lois de la magnétostatique

#### I. Introduction

La magnétostatique est le deuxième phénomène de base de l'électromagnétisme, il s'agit de l'étude des champs magnétiques stationnaires. Autrefois, l'électricité et le magnétisme étaient deux phénomènes séparés. Cependant, on sait maintenant qu'il existe un lien entre eux, le champ magnétique  $\vec{B}$  est mesuré en (Henry /mètre), tandis que la densité du flux magnétique est exprimée par (Tesla). On verra par la suite que beaucoup de relations de la magnétostatique ont une forme équivalente aux équations développées pour l'électrostatique. Les champs électriques et magnétiques se produisent dans les cas suivants : Charge stationnaire, une charge stationnaire crée autour d'elle qu'un champ électrique et un potentiel  $V$ . Donc :

$$\vec{v} = \vec{0}, \vec{E} \neq \vec{0} \text{ et } \vec{B} = \vec{0}$$

Le champ magnétique : force de Lorentz, Un corps aimanté crée dans l'espace qui l'entoure un champ magnétique. Lorsqu'on place une charge électrique au repos dans un champ magnétique, aucune interaction n'est observée. Par contre si une charge se déplace dans une région où règne un champ magnétique, on observe qu'il ya une force qui agit sur la charge et qui s'ajoute à celles dues aux interactions électrique et gravitationnel. La force exercée par un champ magnétique sur une charge en mouvement est proportionnelle à sa vitesse par l'équation :

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \iff \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

#### I.1 Loi de Biot et Savart :

Considérons un fil métallique représenté sur la figure, formant un circuit fermé, parcouru par un courant  $I$ . vecteur d'induction magnétique élémentaire est :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{Idl \times \vec{u}}{r^2}$$

#### I.2 INTERPRETATION PHYSIQUE DES EQUATIONS DE MAXWELL :

En régime variable (dépendant du temps), la condition d'existence d'une onde électromagnétique dans un milieu contenant des charges et des courants est donnée par les équations de Maxwell.

L'objet des équations de maxwell consiste à relier, par des équations locales, les champs  $\vec{H}$  et  $\vec{B}$  à leurs sources:

les densités de charges et de courants,  $\rho$  et  $\vec{J}$  dans le cas le plus générale, en particulier, en régime variable la première équation, dite équation de Maxwell-Gauss

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

### I.3 La loi de FARADAY :

Force électromotrice : Considérant un circuit électrique fermé (C). On définit la force électromotrice  $E$ , comme la circulation du champ électrique électromoteur le long du circuit (C). Cette force est responsable du mouvement des porteurs de charge libre, donc d'un courant électrique, ainsi :

$$e = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

La deuxième équation, dite Maxwell-flux magnétique :  $\vec{\operatorname{div}} \vec{B} = 0$

### I.4 L'équation de Maxwell-Ampère :

$$\vec{\operatorname{rot}} \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

### I.5 L'équation de Maxwell-Faraday :

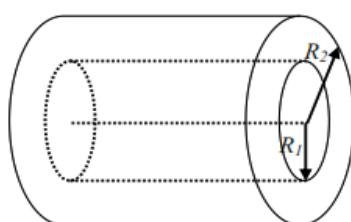
$$\vec{\operatorname{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

#### Exercice 01 :

Exprimer le champ électrique créé en tout point de l'espace par une distribution volumique de charge  $> 0$  répartie uniformément entre deux cylindres coaxiaux de longueur infinie et de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ),

1. En utilisant le théorème de Gauss

2. A partir de l'équation locale :  $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$



### Corrigé de l'exercice 1

Pour des raisons de symétrie, le champ électrique  $\vec{E}$  est radial. La charge volumique  $\rho$  étant positive, ce champ sera centrifuge.

1. En utilisant le théorème de Gauss

Le flux du champ  $\vec{E}$  à travers une surface fermée (S) est égal à la somme algébrique des charges contenues dans cette surface :

$$\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i Q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{\tau} \rho d\tau$$

La surface de Gauss est un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$ .

a. Pour  $r < R_1$  :  $\sum_i Q_i = 0 \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$

b.  $R_1 < r < R_2$  :  $\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i Q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{\tau} \rho d\tau \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left( r - \frac{R_1^2}{r} \right) \vec{u}_r$

c.  $r > R_2$  :  $\vec{E} = \frac{\rho}{2\epsilon_0 r} (R_2^2 - R_1^2) \vec{u}_r$

a. Pour  $r < R_1$  :  $\sum_i Q_i = 0 \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$

b.  $R_1 < r < R_2$  :  $\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i Q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{\tau} \rho d\tau \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left( r - \frac{R_1^2}{r} \right) \vec{u}_r$

c.  $r > R_2$  :  $\vec{E} = \frac{\rho}{2\epsilon_0 r} (R_2^2 - R_1^2) \vec{u}_r$

a. Pour  $r < R_1$  :  $\sum_i Q_i = 0 \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$

b.  $R_1 < r < R_2$  :  $\iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i Q_i = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{\tau} \rho d\tau \Rightarrow \vec{E} = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left( r - \frac{R_1^2}{r} \right) \vec{u}_r$

c.  $r > R_2$  :  $\vec{E} = \frac{\rho}{2\epsilon_0 r} (R_2^2 - R_1^2) \vec{u}_r$

2. A partir de l'équation locale :  $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

a. Pour  $r < R_1 : \sum_i Q_i = 0 \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$

$$\sum_i Q_i = 0 \Rightarrow \rho = 0$$

En coordonnée cylindrique la divergence s'écrit :  $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial r E_r}{\partial r} + \frac{\partial E_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial E_z}{\partial z} \Rightarrow r E_r = C_1$   
Mais :  $E_r = 0$  lorsque  $r = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

b.  $R_1 < r < R_2 : \rho \neq 0 \Rightarrow \frac{1}{r} \left( \frac{\partial r E_r}{\partial r} \right) = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  D'où :  $E_r = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} + \frac{B}{r}$  en  $r = R_1 : \vec{E} = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left( r - \frac{R_1^2}{r} \right) \vec{u}_r$

c.  $r > R_2 : \rho = 0 \quad r E_r = C_2 \quad \text{en } r = R_2 \quad \vec{E} = \frac{\rho}{2\epsilon_0 r} (R_2^2 - R_1^2) \vec{u}_r$

### Exercice 02 :

Une sphère de centre O et de rayon R contient une charge Q répartie uniformément avec une densité volumique

$$\rho = \frac{3Q}{4\pi R^3}$$

1. Exprimer le potentiel en tout point de l'espace en utilisant les équations locales de Laplace et de Poisson.
2. En déduire le champ électrique  $\vec{E}(r)$
3. Retrouver l'expression de  $\vec{E}(r)$  en appliquant le théorème de Gauss

### Exercice 03 :

On considère la sphère de centre O, rayon a, portant la densité volumique uniforme de charge  $\rho$ . (La charge totale de la sphère est q.) il n'y a pas d'autres charges que celles présentes dans la sphère.

1. Calculer le champ électrique  $\vec{E}$  et le potentiel V en tout point de l'espace, intérieur et extérieur à la sphère.
2. Calculer l'énergie potentielle  $E_p$  de la sphère chargée en sommant sur la sphère l'expression  $1/2 \rho V dr$  (où  $dr$  est l'élément de volume).
3. Retrouver  $E_p$  en sommant sur l'espace la densité d'énergie électrostatique exprimée en fonction de  $\vec{E}$ .

### Exercice 04 :

Soit, dans le vide, un champ électrique de composantes :

$$E_x = 0, \quad E_y = 0, \quad E_z = E_0 e^{(\alpha t - \beta x)}$$

1- Calculer sa divergence et son rotationnel.

2- En déduire les composantes du champ magnétique  $\vec{B}$  qui l'accompagne.

3- Calculer  $\vec{\text{div}} \vec{B}$  et  $\vec{\text{rot}} \vec{B}$

4- Quelle relation doit lier  $\alpha$  et  $\beta$  pour que soient satisfaites les équations de Maxwell.

#### Partie 4. Circuits Magnétiques (Suite)

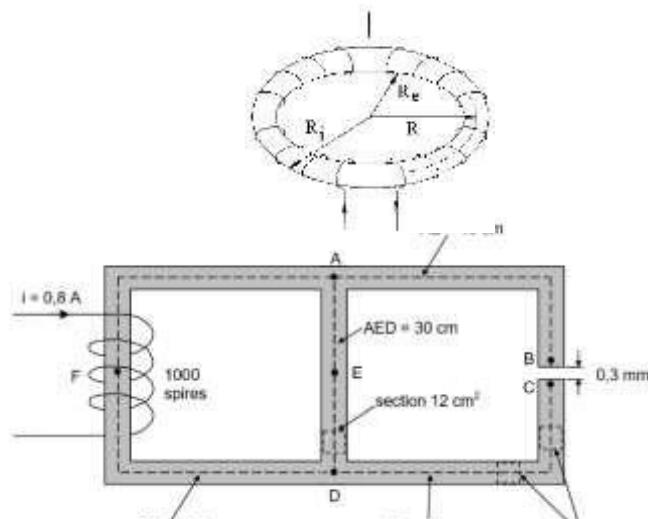
##### Exercice1

Une bobine de  $N$  spires parcourue par un courant  $I$  est enroulée  $B$  autour d'un noyau ferromagnétique en forme d'un tore. Déterminer l'expression du champ magnétique  $H$  au niveau de ce tore de rayon interne  $R_i$  et de rayon externe  $R_e$ .

##### Exercice2

Considérons le circuit magnétique de la figure ci-de sous. On suppose que le matériau garde une perméabilité relative constante  $\mu_r=2000$ .

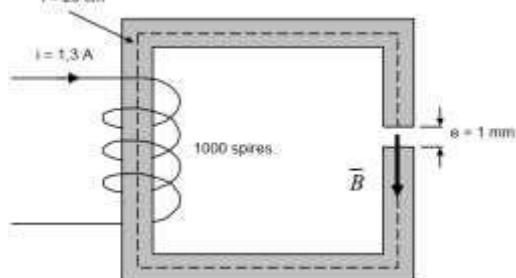
La branche de droite comporte un entrefer d'épaisseur  $BC= 0,3$  mm et les 1000 spires sont parcourues par une intensité de 0,8 A. On demande de calculer le champ  $B$  dans l'entrefer.



##### Exercice3

Soit un circuit magnétique en fonte, comportant un entrefer et excité par un courant de 1,3A circulant dans une bobine de 1000 spires.

Calculer le champ  $B$  dans l'entrefer, sachant que la perméabilité relative de la fonte varie, en fonction de  $B$  selon le tableau suivant:



$B(T)$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\mu_r$	480	350	300	250	200	150	120	110	90	50

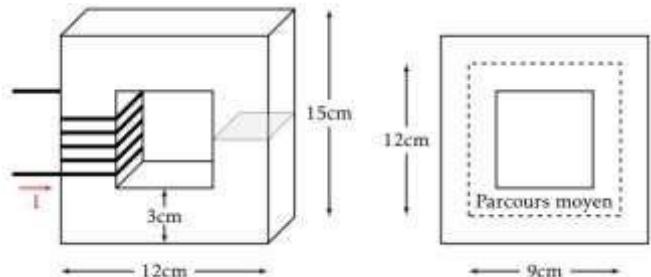
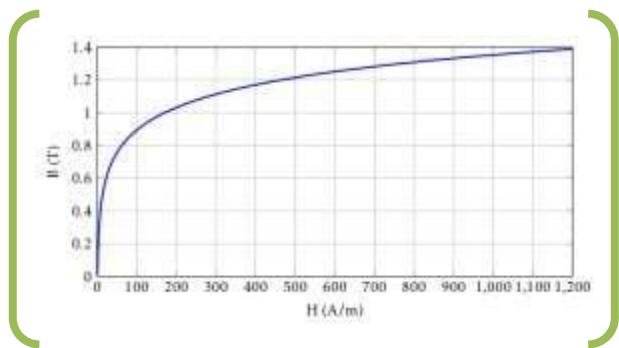
##### Exercice4

Le circuit magnétique suivant. Le courant  $I$  est 1.2A, la perméabilité relative du matériau est  $\mu_r = 3000$ , le nombre de tours  $N$  est 100 et la profondeur est 4cm. Calculer la densité de flux magnétique  $B$  dans le circuit.

### Exercice5

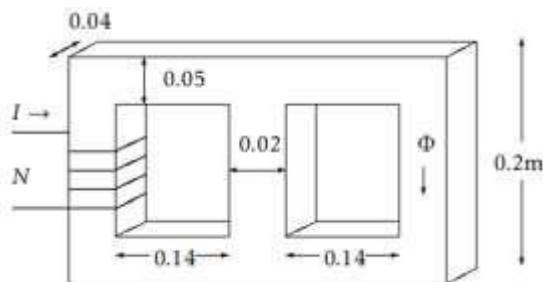
Soit le circuit magnétique suivant. Le courant  $I$  est 2A, la perméabilité relative du matériau est  $\mu_r = 2500$ , le nombre de tours  $N$  est 250 et une profondeur de 4cm. L'entrefer a une épaisseur de 0.5cm (l'entrefer est la section où il manque une petite partie du circuit).

\*Calculer la densité de flux magnétique  $B$  dans le circuit.  
\*en réalité, les circuits magnétiques ont une relation  $B(H)$  non-linéaire refaire le calcul de la densité de flux  $B$



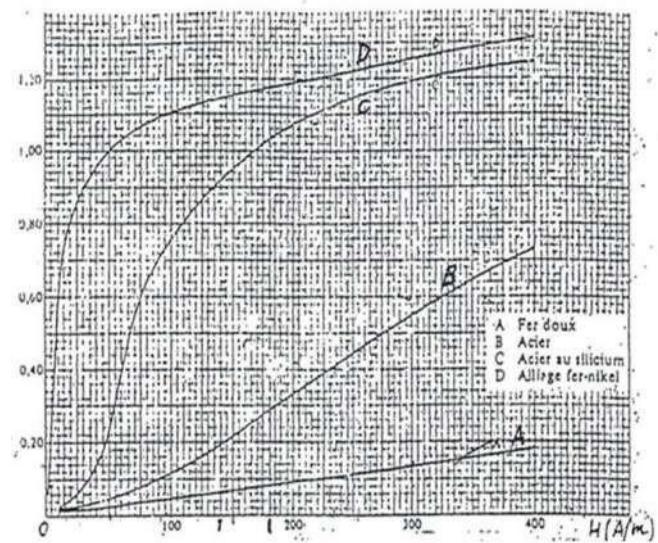
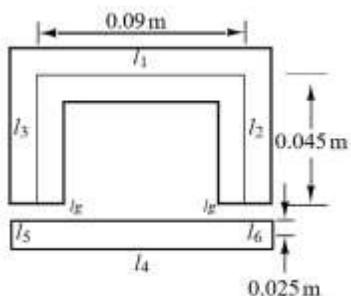
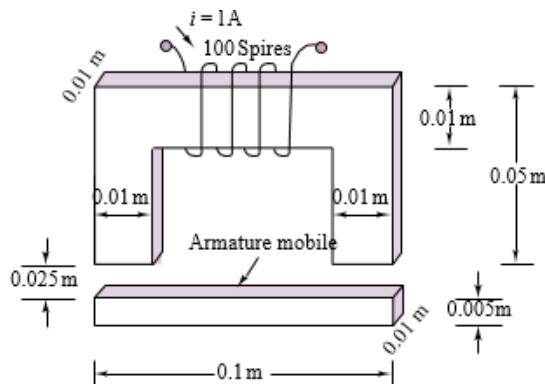
### Exercice6

Soit le circuit suivant, en acier au silicium. Calculer la Force magnétomotrice (FMM) nécessaire pour produire un flux ( $\Phi$ ) de 0.0014Wb dans la section droite du circuit. Toutes les mesures sont en mètre; la section du circuit est 0.05m × 0.04m, sauf pour la partie centrale, qui est 0.02m × 0.04m.



### Exercice7

Calculez la réductance équivalente du circuit magnétique de la figure ci-dessus et de la densité de flux établie dans la barre inférieure (armature mobile) de la structure.



### EXERCICE8:

Ce problème porte sur l'étude de transformateurs utilisés en régime permanent en électronique de puissance, tels que représenté à la figure 1, page 2. Le circuit est constitué de quatre tronçons (1, 2, 3 et 4) d'un matériau ferromagnétique ; ces tronçons sont séparés par quatre entrefers identiques, de longueur  $e$ . Les tronçons 1 et 3, de même section  $S_1$ , sont entourés par des bobinages, qualifiés de « primaire » pour le tronçon 1 et de « secondaire » pour le tronçon 2 ; ces tronçons sont parcourus par des courants d'intensités respectives  $i_p$  et  $i_s$ . La section commune des tronçons 2 et 4 est notée  $S_2$ . La caractéristique  $b(h)$  idéalisée dans le matériau magnétique est représentée figure 2. Elle est symétrique par rapport au point O, linéaire pour  $|h| \leq H_{sat}$  et affine pour  $|h| \geq H_{sat}$ . Le régime saturé commence dès que

$|h| \geq H_{sat}$ . On note  $h_e$  et  $b_e$  les grandeurs magnétiques usuelles au niveau des entrefers. On néglige les pertes par hystérésis et par courants de Foucault. Les autres hypothèses d'étude sont les suivantes :

- toutes les lignes de champ sont canalisées par le circuit magnétique ;
- le champ magnétique est uniforme séparément dans chacune des pièces ferromagnétiques et dans les entrefers ;
- pour le calcul de circulation du champ excitation magnétique  $H$ , on prend, pour chaque tronçon, la longueur de la ligne de champ moyenne.

- 1 – La conservation du flux du champ magnétique entraîne d'une part l'égalité  $b_1 = b_e$ , d'autre part une relation entre  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $S_1$  et  $S_2$ . Donner cette dernière relation.
- 2 – Déduire du théorème d'Ampère la relation liant  $h_1 l_1$ ,  $h_2 l_2$ ,  $eh_e$  et  $\varepsilon = N_p i_p - N_s i_s$ . Dans la suite, la grandeur  $\varepsilon$  sera nommée *force magnétomotrice* du circuit.
- 3 – Sachant que le tronçon 1 commence à se saturer pour  $b = B_{\text{sat}} = B_{\text{sat}}^{(1)}$ , donner l'expression et la valeur numérique de  $b = B_{\text{sat}}^{(2)}$  pour lesquels le tronçon 2 commencera à se saturer lui aussi. Que représente le rapport  $A = \frac{B_{\text{sat}}}{\mu_0} = \frac{1,2}{400} = 2 \times 10^{-3} \text{ T.m.A}^{-1}$  ?
- 4 – Donner, en fonction de  $A$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $e$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $\mu_0$  et  $\varphi = b_1 S_1$ , l'expression littérale de  $\varepsilon$  en régime non saturé ( $0 \leq b \leq B_{\text{sat}}^{(1)}$ ). Cette expression définit  $R$  par  $\varepsilon = R \varphi$  ;  $R$  est appelée *réductance équivalente* à l'ensemble du circuit magnétique lorsque celui-ci n'est pas saturé, Vérifier que  $R$  s'exprime en  $\text{H}^{-1}$  (inverse de henry) et calculer sa valeur numérique.
- 5 – On suppose ici que  $B_{\text{sat}1} \leq b \leq B_{\text{sat}2}$  ; préciser l'état de saturation de chacune des parties. Lorsque  $|h| \geq H_{\text{sat}}$ , on pose  $b = Ch + D$ . Préciser les dimensions respectives de  $C$  et  $D$ . Donner l'expression littérale de  $\varepsilon$  en fonction de  $\varphi$ . Les valeurs numériques des constantes  $C$  et  $D$  se déduisent des données de la Fig. 2 et l'on trouve  $\varepsilon \approx 1,06 \times 10^6 \varphi - 4860$ .
- 6 – On suppose maintenant que  $b \geq B_{\text{sat}2}$ . Donner l'expression littérale de  $\varepsilon(\varphi)$ . Numériquement, on trouve  $\varepsilon \approx (1,60 \times 10^6) \varphi - 8370$ .

cer sommairement cette caractéristique pour  $|\varepsilon| \leq 8 \times 10^{-3} \text{ Wb}$ . Rassembler dans le même tableau les relations numériques  $\varepsilon(\varphi)$  et  $\varphi(\varepsilon)$  correspondant aux trois états de saturation du circuit magnétique. Préciser les valeurs numériques des coordonnées des points anguleux de cette caractéristique. On les notera  $\pm \varepsilon^{(1)}, \pm \varphi^{(1)}, \pm \varepsilon^{(2)}$  et  $\pm \varphi^{(2)}$ .

$l_1$	Longueur commune de la ligne de champ moyenne dans les tronçons 1 et 3.	$l_1 = 18 \text{ cm}$
$S_1$	Section commune des tronçons 1 et 3.	$S_1 = 44 \text{ cm}^2$
$b_1$	Champ magnétique commun aux sections 1 et 3.	Variable
$h_1$	Excitation magnétique commune aux sections 1 et 3.	Variable
$N_p$	Nombre de spires de l'enroulement primaire.	$N_p = 1000$
$i_p (i_s)$	Intensité du courant dans l'enroulement primaire (secondaire).	Variable
$l_2$	Longueur commune de la ligne de champ moyenne dans les tronçons 2 et 4.	$l_2 = 13 \text{ cm}$
$S_2$	Section commune des tronçons 2 et 4.	$S_2 = 54 \text{ cm}^2$
$b_2$	Champ magnétique commun aux sections 2 et 4.	Variable
$h_2$	Excitation magnétique commune aux sections 2 et 4.	Variable
$N_s$	Nombre de spires de l'enroulement secondaire.	$N_s = 700$
$e$	Longueur d'un entrefer.	$e = 0,1 \text{ mm}$
$b_e$	Champ magnétique dans les entrefers.	Variable
$h_e$	Excitation magnétique dans les entrefers.	Variable

## Partie 5. Les matériaux ferromagnétiques

### I . Ferromagnétisme

#### I.1 Introduction

Nous avons vu dans un cours précédents un formalisme nous permettant de prendre en compte la réponse des milieux sous l'application d'un champ extérieur, notamment en introduisant :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$$

Bien que ce cas nous ait permis de comprendre certaines propriétés comme le paramagnétisme ou le diamagnétisme, nous n'avons considéré que des réponses linéaires si bien que si le champ dans le solide disparaît. Aujourd'hui on se propose d'aller plus loin en s'intéressant notamment aux propriétés de matériaux comme des aimants. Les aimants font partie de corps ferromagnétiques. Ferromagnétisme : On désigne par ferromagnétisme la propriété qu'ont certains corps de s'aimanter très fortement sous l'effet d'un champ magnétique extérieur,  $10^6$  fois plus important que pour des matériaux paramagnétiques et de souvent garder une aimantation importante même en champ nul : ils sont devenus "aimants"

#### I.2 Description du ferromagnétisme

**I.2.1 Equations de Maxwell :** dans les milieux Dans un milieu magnétique, les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{B} &= 0 && \text{Maxwell Thomson} \\ \nabla \times \vec{H} &= \vec{j}_{\text{libre}} && \text{Maxwell Ampère}\end{aligned}$$

On a introduit le vecteur  $\vec{H}$  appelé excitation magnétique, qui a la dimension d'une aimantation :  $\vec{M}$ , en  $\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$ . On le définit avec la relation :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

Bilan : on a 6 équations (1 pour MT, 2 pour MA et 3 pour la définition de  $\vec{H}$ ). On a 9 inconnues :  $\vec{H}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{M}$ . On a besoin de rajouter une relation constitutive afin de fermer le système. Rappel : l'aimantation est définie comme :

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV}$$

**I.2.2 Relation constitutive :** L'aimantation varie avec l'excitation magnétique. On propose la relation :

$$\vec{M} = \chi_m(\vec{H})\vec{H}$$

$\chi_m(\vec{H})$  est appelé susceptibilité magnétique, sans dimension.

Si le matériau est non isotrope,  $\chi_m$  est un tenseur. On se place dans ce cours dans des matériaux isotropes.

$\chi_m$	Diamagnétique	Paramagnétique	
	$-10^{-9} \text{ à } -10^{-6} < 0$	$10^{-6} \text{ à } 10^{-3} > 0$	
Matériaux	Fer	Nickel	Permalloy (Fe,Ni,Mo,Mn)
$\chi_m$	200	114	100000

Dans le cas des matériaux paramagnétiques et diamagnétiques, la susceptibilité est indépendante de l'excitation.

Dans le cas des matériaux ferromagnétiques, la susceptibilité dépend de l'excitation et les valeurs rencontrées sont beaucoup plus grandes. La relation entre  $\vec{M}$  et  $\vec{H}$  est non linéaire : on peut notamment avoir  $\vec{M} = \vec{0}$  alors que  $\vec{H} = \vec{0}$ . C'est le cas des aimants permanents. Lien avec le champ magnétique : On peut éliminer  $\vec{M}$  et écrire :

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m) \vec{H} = \mu \vec{H}$$

où  $\mu$  est appelée perméabilité, et s'exprime en H/m. On utilise parfois la perméabilité relative  $\mu_r$  telle que :  $\mu = \mu_0 \mu_r$ , sans dimension. Un aimant attire un corps ferromagnétique : On considère un matériau ferromagnétique de volume  $V$  et de susceptibilité  $\chi_m$ . On peut exprimer l'aimantation qu'il acquiert en présence d'une excitation extérieure :

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} = \frac{\chi_m}{1 + \chi_m} \frac{\vec{B}}{\mu_0}$$

$$\vec{F} = \iiint_V (\vec{M} \cdot \nabla) \vec{B} dV = \iiint_V \frac{\chi_m}{1 + \chi_m} \nabla^2 \frac{B^2}{2\mu_0} dV \simeq \iiint_V \nabla^2 \frac{B^2}{2\mu_0} dV$$

Un matériau ferromagnétique est donc attiré vers les champs forts

**I.3 Notion de reluctance** : On précise cette analogie :

	Electrostatique	Magnétisme
Relation constitutive	$\vec{j} = \sigma \vec{E}$	$\vec{B} = \mu \vec{H}$
Flux	$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$	$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$
Potentiel	$U = \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l}$	$C = \oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l}$
Loi macroscopique	$U = RI$	$C = R_m \Phi$
Résistance /reluctance	$R = \oint_{\Gamma} \frac{d\vec{l}}{\sigma S}$	$R_m = \oint_{\Gamma} \frac{d\vec{l}}{\mu S}$

Notons que les expressions de la résistance et de la reluctance ne sont valables que pour des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  uniforme à l'échelle de la section  $S$  et du contour  $\gamma$  considérés. En effet,

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\iint_S \underbrace{\vec{j} \cdot d\vec{S}}_{=\sigma \vec{E}}}$$

Par analogie, les lignes de champs de  $\vec{H}$  suivent le chemin de moindre reluctance. Un matériau ferromagnétique canalise les lignes de champ, car  $\mu_{\text{ferro}} \gg \mu_{\text{air}}$ .

Le champ y est plus intense. Interprétation énergétique : La densité volumique d'énergie magnétique s'exprime comme :  $B^2/2\mu$ , il est donc énergétiquement avantageux d'avoir plus de champ dans les matériaux ferromagnétiques. Ce formalisme est descriptif : en particulier, on a donné une relation entre

excitation et aimantation sans modéliser la susceptibilité.

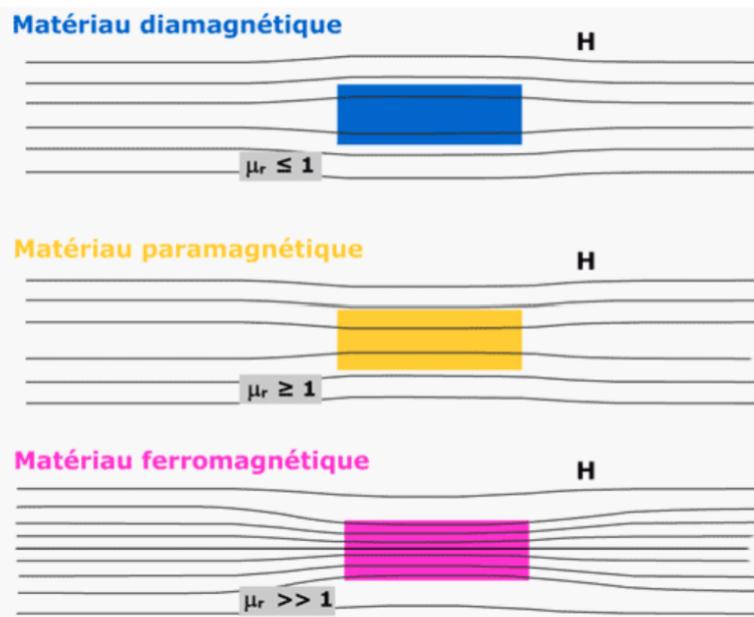


Figure 1 – Schéma comparatif des matériaux.

#### I.4 Aimantation d'un matériau ferromagnétique

**a) Cycle d'hystéresis :** On veut appliquer un champ  $\vec{B}$  sur un matériau ferromagnétique, par exemple avec une bobine, et on veut observer la réponse du milieu. On utilise le dispositif suivant :

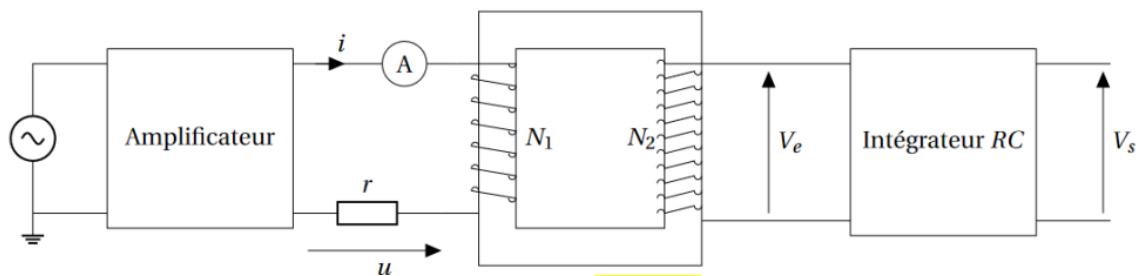


Figure 2

Nous voulons relier l'excitation magnétique  $H$  au champ  $B$  dans le matériau. L'excitation magnétique est directement reliée au courant traversant la bobine du primaire avec le théorème d'Ampère.

$$H = \frac{N_1 i}{l}$$

Pour remonter à  $B$  on utilise la loi de Faraday qui relie la tension aux bornes de la bobine du secondaire à la dérivé du flux traversant la bobine :

$$V_e = -N_2 S \frac{dB}{dt}$$

$$V_s = \frac{N_2 S}{RC} B + cst \propto B$$

On part d'un matériau ferromagnétique à aimantation nulle. Lorsqu'on le soumet à une excitation magnétique, une aimantation apparaît puis saturée : on définit l'aimantation de saturation  $M_{sat}$ . En effet, chaque atome du matériau a un moment magnétique fini donc le moment magnétique du matériau est

borné par la somme des moments magnétiques de ses atomes constitutifs. Nous nous traçons  $B$  en fonction de  $H$  aussi, la saturation de  $M$  se traduit par une pente constante car  $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$

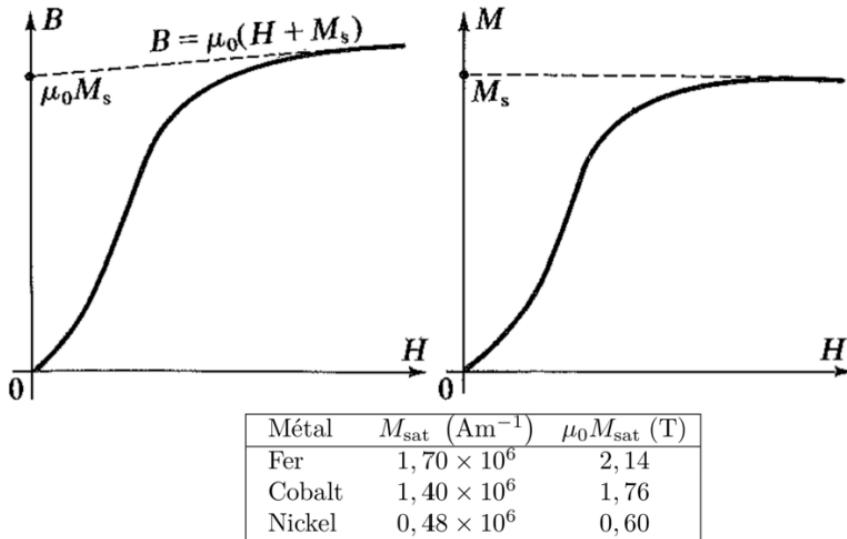


Figure 3 – Première aimantation et valeurs

**b) Hystérésis et aimantation rémanente :** Si l'on abaisse  $\vec{H}$ , on constate que le champ  $\vec{B}$ , et donc  $\vec{M}$ , ne reprennent pas pour un même champ  $\vec{H}$  les valeurs obtenues précédemment avec  $\vec{H}$  croissant : on observe un phénomène d'hystérésis, le comportement du système dépend de son histoire. A excitation  $\vec{H}$  nulle, une aimantation rémanente persiste : ce sont les aimants permanents. On parle de champ rémanent :  $B_r$ . Il faut appliquer une excitation  $H$  non nulle pour obtenir un champ  $B$  nul. On appelle cette excitation l'excitation coercitive

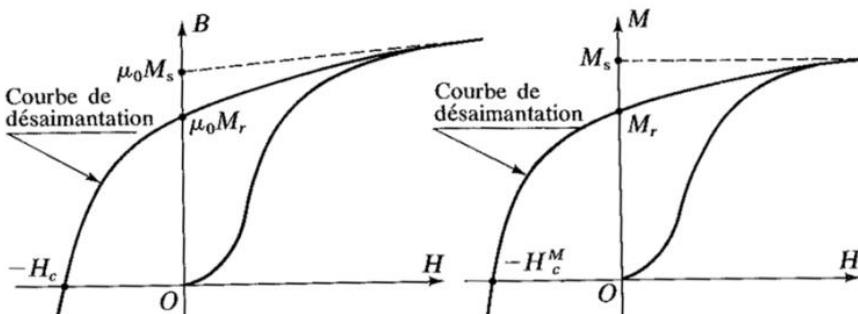
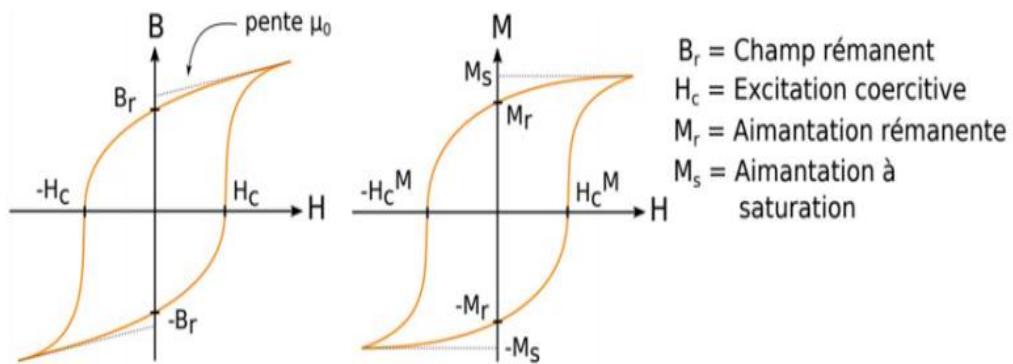


Figure 4 – hystérésis

Matériaux	$B_r$ (T)	$H_c$ ( $\text{A.m}^{-1}$ )
Acier	1.0	$4 \times 10^3$
Fer 3% Si	1.5	8

**c) Cycle d'hystérésis et désaimantation :**

En imposant un champ alternatif, on observe le parcours d'un cycle d'hystérésis. On remarque que l'on ne suit plus du tout la courbe de première aimantation. On peut revenir à l'état d'aimantation nulle en faisant parcourir des cycles de plus en plus petits. On distingue deux cas :

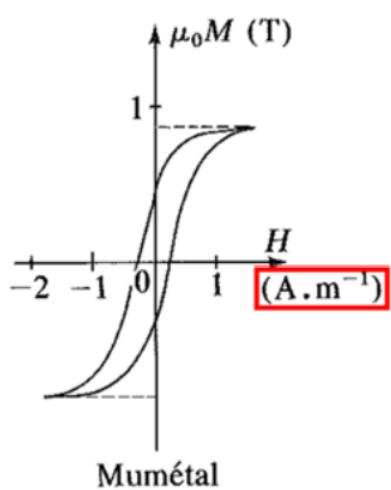


Ferromagnétiques doux : à faible champ coercitif, inférieur à  $H_c \leq 10^2$  A/m. L'aimantation est alors facilement modifiable. Le cycle d'hystérésis est étroit. Les corps doux sont utilisés dans les machines où l'on veut que l'aimantation suive bien la commande : électroaimants, fond des casseroles à induction et où les pertes par hystérésis sont petites : transformateurs. Exemple : fer au silicium (2 % de Si), dont la résistivité diminue aussi les courants de Foucault.

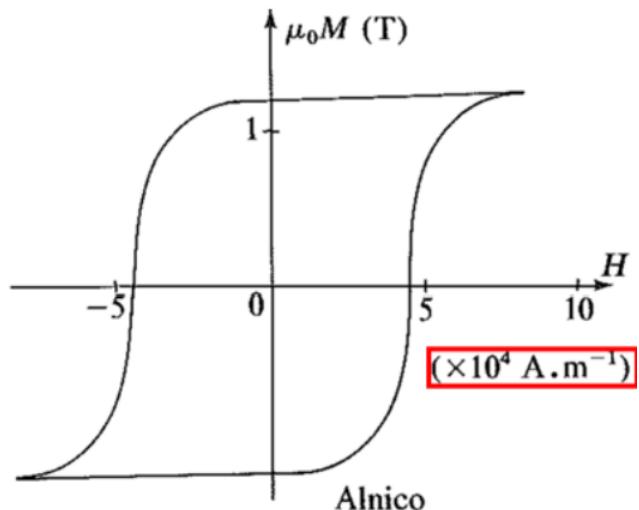
- Ferromagnétiques durs à fort champ coercitif,  $H_c \geq 10^3$  A/m. Le cycle d'hystérésis est large. Ils permettent de réaliser des aimants permanents.

Exemple : Alnico 5 (51,5% Fe, 13,5% Ni, 24% Co, 8% Al, 3% Cu).

### Ferromagnétique doux



### Ferromagnétique dur



Composé	$\mu_0 M_s$ (en T)	$H_c$ (en A.m <sup>-1</sup> )
Fe	1,97	24
Mumetal	0,85	2,4
Permalloy	1,08	4

Composé	$B_r$ (en T)	$H_c$ (en $10^4$ A.m <sup>-1</sup> )
Acier	0,1	0,4
Aimants AlNiCo	1,2	4,6
Aimants NdFeB	1,3	86

Figure 6 – Différences dur/doux

### Exercice 1: Choix d'un matériau

A l'aide du tableau suivant, préciser si les matériaux proposés peuvent être utilisés dans: Un transformateur basse fréquence, un transformateur haute fréquence, un aimant permanent.

Composition	$\mu_0 M_{sat}$ (T)	$B_r$ (T)	$H_c$ (A.m <sup>-1</sup> )	résistivité ( $\mu_r \cdot \text{cm}$ )
Fer 3%Silicium	2	1	25	48
Acier	1,8	1,0	$4 \cdot 10^3$	50
Fer 50%Nickel	1,6	1	1	45
SamariumCobalt	1,7	0,75	$5 \cdot 10^5$	55
Ferrite1	0,35	0,1	18	$10^6$
Ferrite2	0,6	0,4	$2,2 \cdot 10^5$	$10^7$
Ferrite3	0,48	0,15	30	$10^8$

### EXERCICE 2: Réfraction des lignes de champ

Une surface plane sépare un milieu magnétique linéaire, homogène et isotrope, de perméabilité relative  $\mu_r$  et l'air ( $\mu_{r,air}=1$ ).

On indique que la composante normale de l'induction est continue ainsi que la composante tangentielle de l'excitation (respectivement grâce à M-Tet M-A).

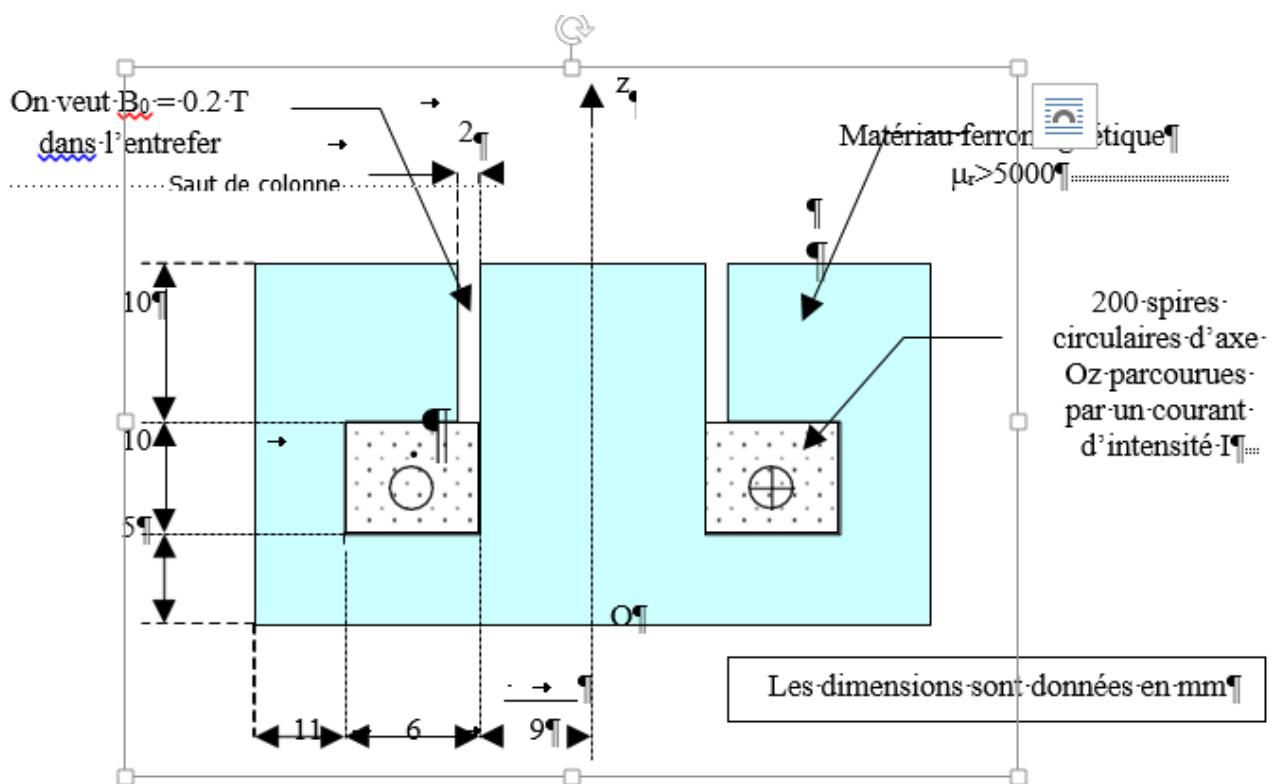
On considère une ligne de champ du champ magnétique. Déterminer la relation entre les angles  $\theta_{ferro}$  et  $\theta_{air}$  que fait cette ligne de champ avec la normale à la surface de séparation respectivement dans le milieu ferromagnétique et l'air. Conclure sur la valeur de l'angle  $\theta_{ferro}$  et sur la canalisation des lignes de champ.

### EXERCICE 3: Electroaimant

On considère la structure schématisée page suivante : le système est de révolution autour de l'axe Oz ; les dimensions sont données en millimètre. Il existe 200 spires parcourues par un courant d'intensité I. Le vecteur induction magnétique dans l'entrefer est noté  $B_0$ .

1. En utilisant la géométrie du système, les propriétés connues des matériaux magnétiques sans ou avec entre fer, proposer une description qualitative des lignes de champ magnétique.
2. Préciser la structure, et l'ordre de grandeur du champ  $B_0$  dans l'entrefer annulaire d'épaisseur de l'électroaimant.

3. Quelle valeur faut-il donner au courant  $I$  pour avoir  $B_0 = 0,2 \text{ T}$  ? Commenter cet ordre de grandeur.



#### EXERCICE4

La perméabilité relative d'un matériau ferromagnétique vaut  $\mu_r = 1500$ . On place ce matériau dans une bobine créant à l'intérieur d'elle-même une excitation magnétique  $H = 200 \text{ A.m}^{-1}$ .

1. Calculer le champ magnétique dans la bobine lorsqu'on place ce matériau ferromagnétique à l'intérieur de celle-ci.
2. Même question sans le matériau ferromagnétique
3. Comparer les deux valeurs et conclure sur le rôle d'un matériau ferromagnétique.

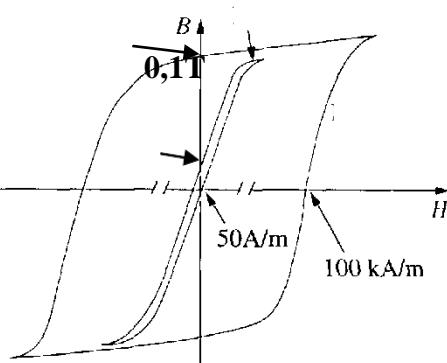
Réponse : Ex1: 1.  $B = 0,377 \text{ T}$    2.  $B = 2,51 \cdot 10^{-4} \text{ T}$

#### EXERCICES

Sur la figure ci-contre, sont représentés les cycles d'hystéresis de deux matériaux différents.

1. Indiquer sur la figure le matériau doux et le **1T**  
Matériau dur

2. Donner la valeur du champ rémanent pour les deux matériaux.

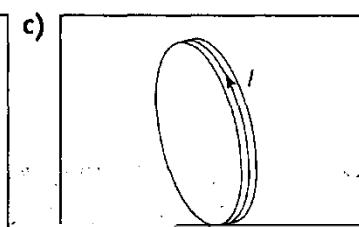
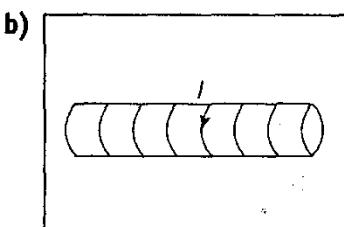
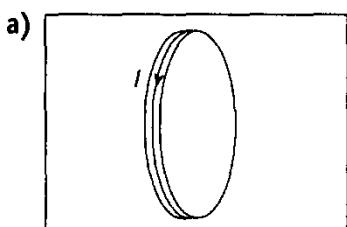


Lequel de ces deux matériaux utilisera-t-on pour réaliser un aimant permanent ? Et pour un

transformateur?

### EXERCICE6

Déterminer les pôles nord et sud des bobines suivantes:

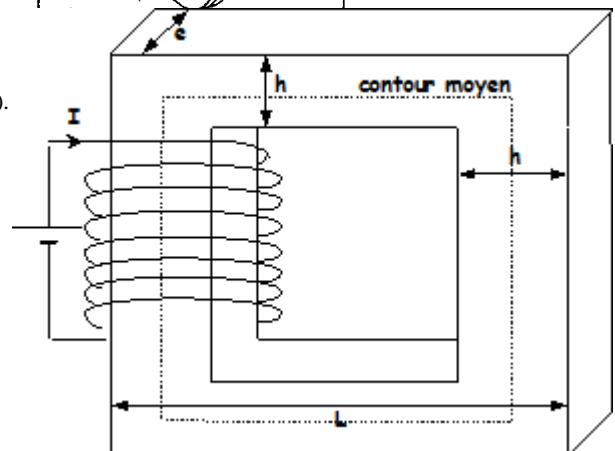


### EXERCICE7

Soit le circuit magnétique ci-contre ( $L=10\text{cm}$ ;  $e=h=2\text{cm}$ ;  $\mu_R = 900$ ).

L'intensité du courant circulant dans le bobinage ( $N=250$ ) vaut  $I=2\text{A}$ .

1. Calculer la longueur du contour moyen du circuit magnétique.
2. Calculer la valeur de l'excitation magnétique  $H$ .
3. Calculer la valeur du champ magnétique  $B$ .
4. Calculer la section du circuit magnétique
5. Calculer le flux circulant dans le circuit magnétique.

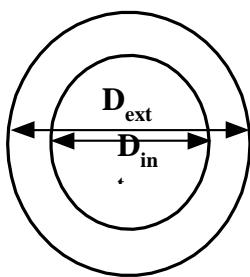


Réponse : Ex4:1. $L=32\text{cm}$  2. $H=1562\text{Am}^{-1}$  3. $B=1,77\text{T}$  4. $s=4\text{cm}^2$

$$5.\Phi=7,08 \cdot 10^{-4}\text{Wb}$$

### EXERCICE8

Un circuit magnétique comporte  $N=400$  spires enroulées sur un tore circulaire de diamètre intérieur  $15\text{ cm}$  et de diamètre extérieur  $17\text{cm}$ . L'intensité du courant est  $I=5\text{A}$ .



1. Le tore est réalisé en matériau non ferromagnétique ( $\mu_R=1$ ).
  - Calculer la longueur moyenne d'une ligne de champ
  - Calculer l'excitation magnétique  $H$  dans la bobine.
  - En déduire l'intensité  $B$  du champ magnétique dans la bobine.
2. Le tore est réalisé en matériau ferromagnétique ( $\mu_R=1000$ ). Quelles sont les grandeurs calculées au 1 qui vont changer (indiquer la ou les nouvelles valeurs)?

Réponse : Ex5:1. $l=50,3\text{cm}$

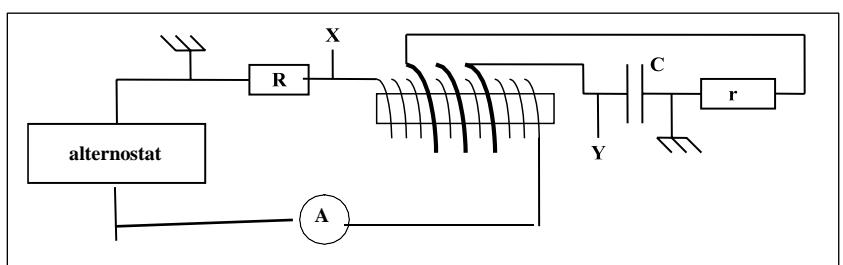
$$1.2H=3976\text{A.m}^{-1} \quad 1.3B=5\text{mT}$$

## Partie 6. Les propriétés magnétiques

- Le champ magnétique dans un matériau soumis à une excitation  $H = 3,44 \cdot 10^5 \text{ A.m}^{-1}$  est  $B=0,435\text{T}$ 
  - Calculer la perméabilité magnétique relative.
  - Calculer la susceptibilité magnétique. En déduire sa forme de magnétisme.
- L'aimantation à saturation du fer est  $M_s=1,7 \cdot 10^6 \text{ A.m}^{-1}$ .
  - Calculer le nombre de magnétons de Bohr par  $\text{m}^3$  correspondants à  $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A.m}^2$ .
  - Sachant que le fer suit un réseau CC de paramètre de maille  $a = 0,2866 \text{ nm}$ , calculer le nombre de magnéton par atome.
- Donner la structure électronique détaillée de l'aluminium ( $Z = 13$ ), du nickel ( $Z = 28$ ), du zinc ( $Z=30$ ). En déduire leur caractère magnétique.
- On donne les valeurs de  $H$  en  $\text{A.m}^{-1}$  et de  $B$  en  $\text{T}$  correspondantes:

Hen $\text{A.m}^{-1}$	Ben $\text{T}$	Hen $\text{A.m}^{-1}$	Ben $\text{T}$
0	0	200	1,04
10	0,03	400	1,28
20	0,07	600	1,36
50	0,23	800	1,39
100	0,7	1000	1,41

- Tracer la courbe  $B=f(H)$
  - Déterminer la perméabilité relative initiale.
  - Déterminer la perméabilité magnétique maximale.
- Le nickel a une masse volumique de  $8,9 \text{ g.cm}^{-3}$  et une masse molaire de  $58,7 \text{ g.mol}^{-1}$ . Il suit le réseau cfc et son aimantation correspond à 0,6 magnéton par atome. Calculer son aimantation et son champ magnétique à saturation.
  - Un courant de  $10 \text{ A}$  circule dans une bobine de  $200$  spires et de  $20 \text{ cm}$  de longueur.
    - Calculer l'excitation  $H$  et l'intensité du champ magnétique  $B$ .
    - On place une pièce en titane de susceptibilité  $\chi = 1,81 \cdot 10^{-4}$ . Quel est l'intensité du champ magnétique induit.
  - On réalise le montage suivant :



On note les résultats des mesures suivantes et on complétera :

Ien A	U <sub>Yencm</sub>	Calibreen mV/cm	H	U <sub>Yen</sub> V	B	$\mu_r$
0,1	1,6	20				
0,15	2,8	20				
0,2	4	20				
0,25	2,1	50				
0,3	2,4	50				
0,35	2,4	50				
0,4	2,2	50				
0,5	2	50				
0,8	1	50				

Tracer la courbe  $\mu_r = f(H)$

On rappelle que pour l'inducteur  $H = \frac{N}{L} I$  et pour l'induit  $B = \frac{RC}{NS} U$ .

On donne:

- Pour l'inducteur  $N=400$  spires et  $L=48$  cm
- Pour l'induit  $R=1M\Omega$ ,  $C=1\mu F$ ,  $N=72$  spires et  $S=16cm^2$ .

## Partie 7. Les semi-conducteurs

### 1. Conduction électrique

Dans le modèle classique, un corps est isolant s'il ne contient pas d'électrons mobiles. Dans un conducteur, des électrons sont peu liés aux noyaux et peuvent se déplacer dans le réseau cristallin.

Si  $n$  est la densité des électrons libres,  $v$  leur vitesse moyenne, dans une barre de longueur  $L$ , de section  $S$  avec une tension  $V$  entre les extrémités, la densité de courant  $J = I/S$  est égale à  $J = n.e.v$ . La vitesse des électrons est proportionnelle à la force à laquelle ils sont soumis donc au champ électrique  $E = V/L$ . Si  $\mu$  désigne la mobilité, on a:  $v = \mu \cdot E$

$$J = n \cdot e \cdot \mu \cdot E = \sigma \cdot E = E / \rho$$

Le modèle classique a été remplacé par le modèle quantique des bandes d'énergie. Dans l'atome isolé les électrons occupent des niveaux d'énergie discrets. Dans un cristal, par suite des interactions entre les atomes, ces niveaux discrets s'élargissent et les électrons occupent des bandes d'énergie permises séparées par des bandes interdites. La répartition des électrons dans les niveaux obéit aux lois de la thermodynamique statistique. Au zéro absolu, seuls sont peuplés les niveaux de plus basse énergie.

Dans les **isolants**, les bandes d'énergie les plus faibles sont entièrement pleines. La hauteur de la bande interdite est grande ( $\approx 5$  eV). Il n'y a pas de niveaux d'énergie accessibles et pas de conduction. Par exemple, la résistivité du diamant est  $\rho = 1.10^{12} \Omega \cdot m$  et celle du mica varie entre  $10^{10} \Omega \cdot m$  et  $10^{15} \Omega \cdot m$ .

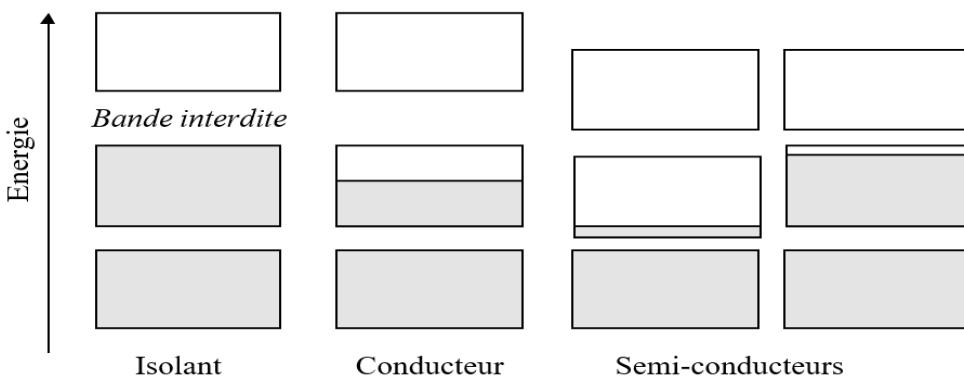


Figure 1 structure d'un semi-conducteur

Dans les conducteurs, la dernière bande occupée est partiellement remplie : il existe beaucoup de niveaux disponibles et la conduction est grande. Pour des métaux bons conducteurs, on obtient  $\rho_{Ag}=1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ ;  $\rho_{Cu}=1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ ;  $\rho_{Al}=2,8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$

Pour les semi-conducteurs, le taux de remplissage de la dernière bande occupée est soit très faible soit très important. La hauteur de la bande interdite est faible ( $\approx 1$  eV). La conduction est faible et varie beaucoup avec la température. Pour le silicium et le germanium, on mesure à 300 K

$$\rho_{Si}=2400 \Omega \cdot m; \rho_{Ge}=0,5 \Omega \cdot m$$

### 2. Structure des semi-conducteurs

La structure du silicium et du germanium est la même que celle du diamant (cubique Fd3m). Chaque atome est lié à 4 voisins placés aux sommets d'un tétraèdre par une liaison covalente : Ces éléments sont « tétravalents ».

La figure 3 correspond à une représentation sur un plan de la structure. Les traits figurent les électrons de valence.

La théorie des bandes appliquée aux semi-conducteurs amène à considérer une bande de valence entièrement pleine qui est séparée d'une bande de conduction par une bande interdite distante de l'énergie  $\Delta E$ .

## 2.1 Conducteurs – Isolants – Semi-conducteurs

Les matériaux sont classés en trois catégories selon leurs propriétés électriques (Figure .1)

### a) Conducteurs

Ce sont les métaux, tels que le fer (Fe), le cuivre (Cu), l'or (Au), l'argent (Ag) et l'aluminium (Al), ayant la plus faible résistivité à température ambiante, typiquement inférieure à  $10^{-5}\Omega\text{cm}$ . La conduction électrique de ces métaux s'effectue essentiellement au moyen des électrons libres situés dans les couches périphériques des atomes qui les constituent.

### b) Isolants

Ce sont les matériaux dont la résistivité  $\rho$  est supérieure à  $10^8\Omega\text{cm}$ , tels que le verre, le mica, la silice ( $\text{SiO}_2$ ), le carbone (diamant).

### c) Semi-conducteurs

C'est une classe de matériaux qui se situe entre les métaux et les isolants, dont la résistivité varie entre  $10^{-5}\Omega\text{cm}$  et  $10^4\Omega\text{cm}$ . Le transport électrique se fait par les porteurs de charges électrons et trous. Un semi-conducteur peut être soit intrinsèque (pur) ou extrinsèque (dopé par des atomes impuretés).

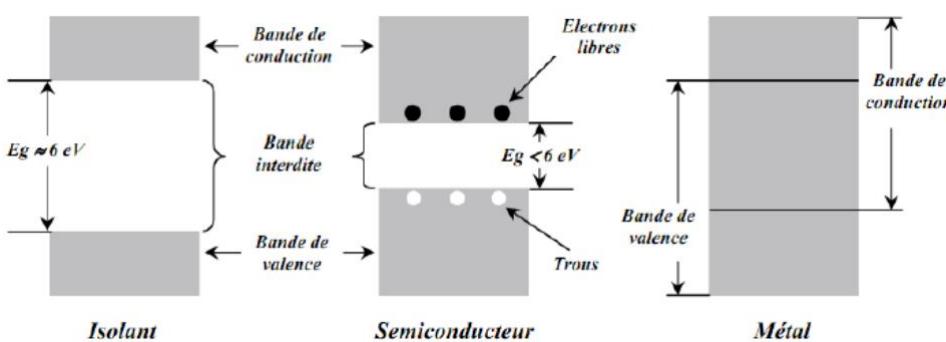


Figure .2 : Diagrammes de bandes d'énergie d'un isolant, un semi-conducteur et un métal (conducteur).

## 2.2 Semi-conducteurs simples et composés

**a) Semi-conducteur simple :** C'est un semi-conducteur composé d'un seul élément atomique tels que les semi-conducteurs qui appartiennent à la colonne IV de classification périodique comme le silicium (Si) et le germanium (Ge).

**b) Semi-conducteur composé :** C'est un semi-conducteur composé d'au moins deux types d'atomes

différents. Ils peuvent être des semi-conducteurs binaires qui appartiennent aux différentes classes. Il existe aussi des semi-conducteurs ternaires composés de trois types d'atomes et des semi-conducteurs quaternaires composés de quatre types d'atomes

### 3. Propriétés structurales des semi-conducteurs

#### a) Structure de diamant

Cette structure est constituée de deux réseaux cubiques à faces centrées (C.F.C.) imbriqués de telle façon que quatre atomes sont placés aux nœuds du réseau C.F.C. et quatre autres atomes sont placés. Ainsi, chaque atome se trouve dans un environnement tétraédrique régulier Figure .2

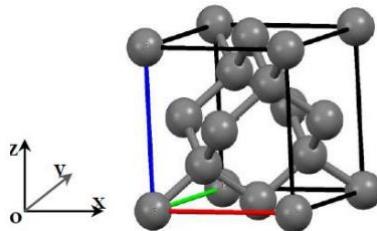


Figure .3 : Structure de diamant.

**b) Structure Zinc blende** : Dans cette structure, les deux réseaux C.F.C. contiennent deux types d'atomes différents. Quatre atomes occupent les nœuds du premier C.F.C. et quatre autres atomes sont placés à l'intérieur du cube et occupent les positions. C'est le cas du ZnS, voir Figure .3.

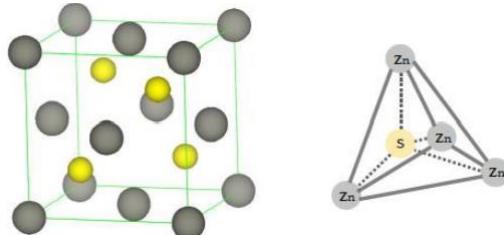


Figure .4 : Structure zinc blende de ZnS avec le tétraèdre.

**d) Structure Wurtzite** : Les semi-conducteurs peuvent aussi se cristalliser sous la forme wurtzite (hexagonale). Dans cette structure, le motif est constitué de deux atomes différents qui occupent les positions  $(0,0,0)$  et  $(1/3,2/3,1/2)$ . Comme dans la structure zinc blende, chaque atome est entouré de quatre atomes de l'autre élément formant ainsi des tétraèdres (Figure .4).

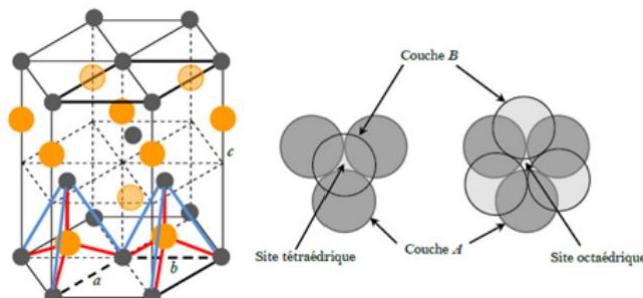


Figure .5 : Structure wurtzite de ZnS avec les sites tétraédriques et octaédriques formés entre les

couches A et B.

- e) **Structure NaCl** : Le sulfure de plomb (PbS) est un semi-conducteur qui cristallise dans la structure NaCl. Dans cette structure les atomes de plomb occupent les nœuds du réseau C.F.C. et les atomes du soufre S occupent le centre de la maille et les milieux des arêtes. Le motif est constitué de l'ion  $\text{Pb}^{2+}$  (0, 0,0) et de l'ion  $\text{S}^{2-}$  (1/2, 0,0). Chaque ion se trouve dans un milieu octaédrique régulier et donc entouré par 6 ions de signes opposés (Figure .5).

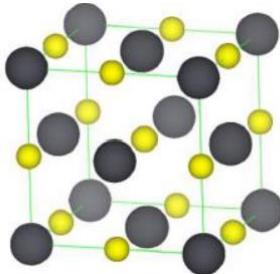
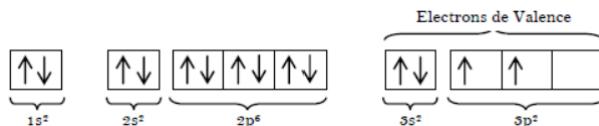


Figure .6 : Structure NaCl.

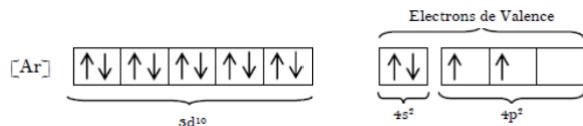
### 2.3 Propriétés électroniques de quelques semi-conducteurs

Structure électronique du silicium (Si) L'atome de Si possède 14 électrons, sa configuration électronique est donnée par la forme condensée suivante : Si : (1s<sup>2</sup>) (2s<sup>2</sup>) (2p<sup>6</sup>) (3s<sup>2</sup>) (3p<sup>2</sup>) ou Si : [Ne] (3s<sup>2</sup>) (3p<sup>2</sup>) La distribution des électrons sur les orbitales atomiques obéie au principe d'exclusion de Pauli et à la règle de Hund.



- a) **Structure électronique du germanium** : (Ge) L'atome de Ge possède 32 électrons, sa configuration électronique est donnée par la forme condensée suivante : Ge: (1s<sup>2</sup>) (2s<sup>2</sup>) (2p<sup>6</sup>) (3s<sup>2</sup>) (3p<sup>6</sup>) (4s<sup>2</sup>) (3d<sup>10</sup>) (4p<sup>2</sup>) ou Ge: [Ar] (4s<sup>2</sup>) (3d<sup>10</sup>) (4p<sup>2</sup>)

La distribution des électrons sur les orbitales atomiques obéie au principe d'exclusion de Pauli et à la règle de Hund.



### 3. Bandes d'énergie

Les électrons d'un atome isolé occupent des niveaux discrets d'énergie. Lorsque les atomes se rapprochent les uns aux autres, les distances deviennent de l'ordre atomique ( $d \approx \text{\AA}$ ) et les niveaux d'énergie se dédoublent. La dégénérescence des niveaux d'énergie fait apparaître des bandes d'énergie permises, séparées par des bandes d'énergie interdites, de largeur  $E_g$  (énergie gap). Dans les semi-conducteurs, la dernière bande complètement remplie est appelée bande de valence (BV) et la bande

complètement vide, située juste au-dessus est appelée bande de conduction (BC). Le niveau le plus bas de BC est noté par  $E_C$ , tandis que celui le plus haut de BV est noté par  $E_V$ . A 0K, la bande de conduction est vide et la bande de valence est complètement remplie d'électrons. Pour une température élevée, un électron de BV peut recevoir suffisamment d'énergie pour passer dans BC et un trou apparaît alors dans BC, ce qui rend possible la conduction électrique

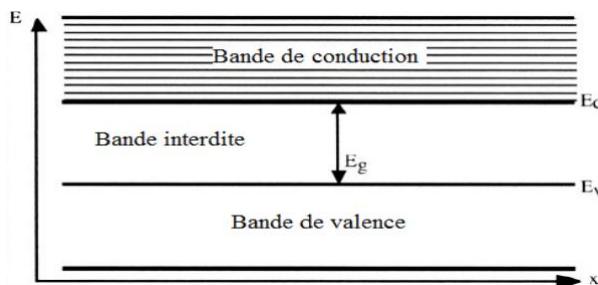


Figure .7 : Diagramme de bandes d'énergie dans l'espace réel.

Les énergies gap des semi-conducteurs les plus courants sont: Si (1.12eV), Ge (0.67eV) GaAs (1.42eV). Les isolants ont des bandes interdites d'énergie nettement plus larges:  $\text{SiO}_2$  (9.0eV), diamant (5.47eV) et  $\text{Si}_3\text{N}_4$  (5.0eV).

**a) Porteurs de charges libres dans les milieux semi-conducteurs :** Lorsque le semi-conducteur est porté à une énergie thermique ou lumineuse suffisante, la liaison de valence sera brisée : on arrache ainsi un ou plusieurs électrons précédemment engagés dans ces liaisons. Ces électrons seront excités vers BC et des trous seront par la suite créés, à la place des électrons, dans BV, Figure .7.

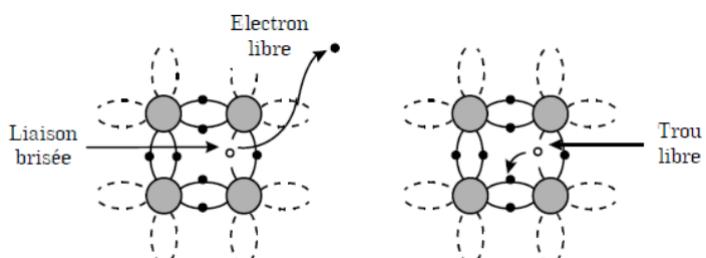


Figure .8 : Apparition d'un électron et d'un trou libres lors d'une rupture d'une liaison covalente.

Les relations de dispersion des électrons et des trous dans BC et BV, respectivement, s'écrivent :

$$\begin{cases} E(k) = E_c + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} k^2 & \text{pour les électrons} \\ E(k) = E_v - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} k^2 & \text{pour les trous} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E(k) = E_c + \frac{\hbar^2}{2m_e} k^2 & \text{pour les électrons} \\ E(k) = E_v - \frac{\hbar^2}{2m_t} k^2 & \text{pour les trous} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_e = \frac{\hbar^2 \partial k^2}{\partial^2 E} & \text{masse effective des électrons} \\ m_t = \frac{\hbar^2 \partial k^2}{\partial^2 E} & \text{masse effective des trous} \end{cases}$$

**b) Statistique de Fermi-Dirac :** Un semi-conducteur est considéré comme un système constitué de N électrons qui cherchent à occuper l'état de plus basse énergie. A 0K, les électrons occupent tous les niveaux de basse énergie dans BV. Lorsque la température absolue T augmente, la distribution des électrons est gérée par la statistique de Fermi-Dirac. La statistique de Fermi-Dirac tient compte du principe d'exclusion de Pauli et représente la probabilité d'occupation d'un niveau d'énergie E dans BC par un électron et elle est donnée par :

$$f_n(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right)}$$

$k_B$  est la constante de Boltzmann ( $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ ) et  $E_F$  est le niveau d'énergie de Fermi qui représente le niveau le plus haut occupé à 0K.

#### 4. Expressions générales des concentrations des porteurs de charges libres

**Densité d'états :** La densité d'états permis est définie comme étant le nombre de places disponibles par unité de volume, occupées ou non par les électrons, dans BC et les trous dans BV, elle est exprimée par la relation :

$$D_c(E) = 4\pi \left(\frac{2m_e}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} (E - E_c)^{1/2} \text{ pour les électrons}$$

$$D_v(E) = 4\pi \left(\frac{2m_t}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} (E_v - E)^{1/2} \text{ pour les trous}$$

**a) Loi d'action de masse :** Dans un semi-conducteur intrinsèque, les concentrations en porteurs libres sont égales à la concentration intrinsèque de porteurs ni, ce qui permet d'écrire :

$$n_i = n_0 = p_{0,0} \times p_0 = n_i^2$$

C'est la loi d'action de masse, alors :

$$n_i^2 = N_c \cdot N_v \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right)$$

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right)$$

$$E_g = E_c - E_v$$

**b) Niveau de Fermi intrinsèque :** On exprime le niveau de Fermi intrinsèque  $E_{Fi}$  en fonction de  $N_c$  et  $N_v$  en égalant  $n_0$  et  $p_0$  et on obtient :

$$E_{Fi} = \frac{E_v + E_c}{2} - \frac{3k_B T}{4} \ln \left( \frac{m_e}{m_t} \right)$$

$$E_{Fi} = \frac{E_v + E_c}{2}$$

où  $(E_v + E_c)/2$  est le milieu de la bande interdite.

- **Semi-conducteurs dopés ou extrinsèques**

Dans un matériau pur, on introduit des impuretés par dopage. Pour que celui-ci soit contrôlable, il faut que le degré de pureté initial global soit supérieur au taux du dopage. Les taux de dopage utilisés sont de l'ordre de  $10^{-8}$  à  $10^{-11}$ . Une mole de silicium (28 g) correspond à  $6,023 \cdot 10^{23}$  atomes et la densité du silicium est voisine de 7 : 1 cm<sup>3</sup> de silicium contient donc environ  $1,5 \cdot 10^{23}$  atomes. Avec un taux de dopage de l'ordre  $10^{-10}$ , il y a environ  $1,5 \cdot 10^{13}$  atomes d'impureté par cm<sup>3</sup>.

Les données numériques précédentes montrent que le nombre des électrons dans le matériau, fonction du taux de dopage, est supérieur au nombre des trous, fonction de la température, d'un facteur supérieur à 103. La conduction dite de type N (négative) est assurée par des électrons. Les électrons sont les porteurs majoritaires

✓ **Type P**

On introduit dans le réseau une impureté trivale : bore B, aluminium Al, gallium Ga, indium In. Il manque à l'impureté un électron de valence pour assurer les 4 liaisons avec les atomes de silicium voisins. Un faible apport d'énergie ( $\approx 0,05$  eV) suffit pour qu'un électron d'un silicium voisin soit capté par l'impureté : il y a formation d'un trou peu lié et donc mobile. Les atomes trivales (accepteurs) deviennent des ions négatifs par capture d'un électron. Compte tenu des taux de dopage, ces trous sont beaucoup plus nombreux que les porteurs intrinsèques du cristal pur. La conduction de type P (positive) est assurée par des trous.

Les électrons en créant ainsi de nouveaux niveaux dont l'énergie est légèrement inférieure à ceux de la bande de conduction du matériau pur. Si on élève la température, ces électrons peuvent passer dans la bande de conduction.

Les atomes trivales (accepteurs), introduisent des trous dans la bande de valence. Si on élève la température, ces trous se comportent comme des charges positives libres

### 5.- La jonction P-N : Jonction non polarisée

Une jonction est constituée par la réunion de deux morceaux de semi-conducteurs dopés P et N (jonction P-N). Les connexions avec le milieu extérieur sont réalisées par des contacts métalliques. Par construction, les jonctions entre métal et semi-conducteur sont purement ohmiques (non redresseuses).

En pratique, on part d'une plaque de silicium dopée N sur laquelle on crée en général par diffusion une zone dopée P. On sait donner à la zone de séparation entre les deux matériaux nommée la zone de transition, une épaisseur très faible (typiquement  $0,5 \mu\text{m}$ ). Dans cette zone, les taux de dopages et donc le nombre de porteurs libres varient avec la distance.

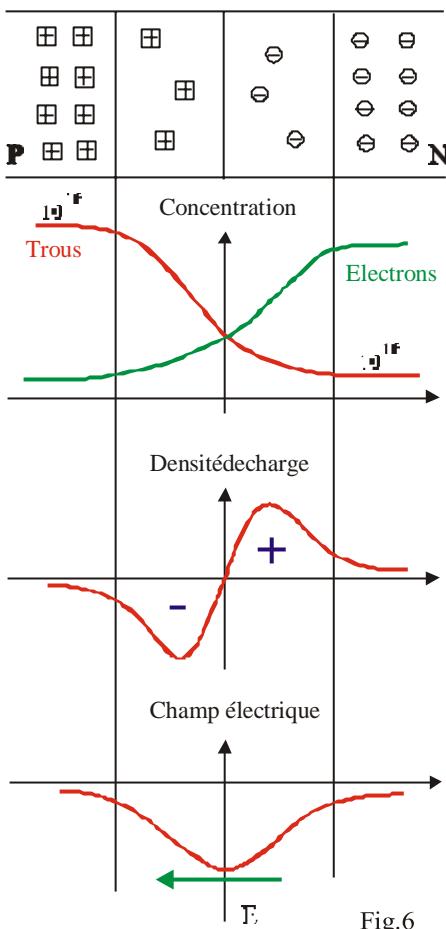


Fig.6

◆ Dans la zone P les porteurs majoritaires sont les trous. Les atomes accepteurs constituent un réseau d'ions négatifs. De même dans la zone N les porteurs majoritaires sont les électrons. Les atomes donneurs constituent un réseau d'ions positifs.

Les trous ont tendance à gagner la zone N où ils se recombinent avec des électrons. De même des électrons de la zone N vont combler des trous de la zone P.

Dans la zone de transition existe une charge d'espace due aux charges non compensées des noyaux des impuretés. En l'absence d'une polarisation externe, existe un **champ électrique interne** qui s'oppose au mouvement des porteurs majoritaires mais qui accélère les minoritaires. Il existe au niveau de la jonction une barrière de potentiel dont la hauteur est la différence entre les niveaux d'énergie des accepteurs et des donneurs.

Les porteurs minoritaires induisent le courant de diffusion; les porteurs majoritaires créent le courant de saturation. En l'absence de polarisation, ces deux courants sont égaux.

La diode se comporte comme un condensateur dont le pôle-est la zone P et le pôle + est la zone N. La zone de transition ne contenant pas de porteurs mobiles constitue le diélectrique de ce condensateur

#### 1.4–Jonction P-N polarisée en inverse

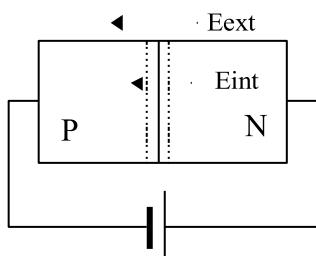


Fig.7

Dans cette situation, le champ électrique externe créé par le générateur de f.e.m.  $V_{inv}$  s'ajoute au champ interne de la jonction : la hauteur de la barrière de potentiel augmente. On montre que

l'épaisseur  $d$  de la zone de transition est proportionnelle à  $\sqrt{V_{inv}}$

Seul un courant de minoritaires est possible à travers la jonction. C'est le courant inverse ou courant de fuite.

A température ambiante, ce courant est très faible(100nA). Comme il dépend du nombre des minoritaires, il est fonction de la température : pour le silicium, il est négligeable en dessous de 110°C. Provoquent de nouvelles ionisations (avalanche) qui rendent la jonction conductrice : si rien ne limite mais il devient si important au-dessus de 175°C qu'il interdit le fonctionnement de la jonction en diode. Pour le germanium le fonctionnement est impossible au-dessus de 85°C.

## EXERCICE 1

On donne le tableau suivant:

	Eg[eV]	Nc[atomes/cm <sup>3</sup> ]	Nv[atomes/cm <sup>3</sup> ]
AsGa	1,43	4,7.10 <sup>17</sup>	7.10 <sup>18</sup>
Ge	0,66	1,04.10 <sup>19</sup>	6.10 <sup>18</sup>
Si	1,12	2,8.10 <sup>19</sup>	1,04.10 <sup>19</sup>

1. Parmi ces trois semi-conducteurs, quel est ce qui présente la concentration intrinsèque la plus faible?
2. Calculer  $n_i$  pour ce semi-conducteur à 300K.

## EXERCICE 2

Le Germanium est caractérisé par: La masse atomique  $M = 72,6$  g. masse volumique  $d = 5,32$  g/cm<sup>3</sup>. énergie de la bande interdite  $Eg = 0,67$  eV.

Nombre d'Avogadro  $A = 6,023 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>,  $k = 8,62 \cdot 10^{-5}$  eV/K.

Densité effective d'états énergétiques à 300K,  $N_c = 1,04 \cdot 10^{19}$  atomes/cm<sup>3</sup>,  $N_v = 6 \cdot 10^{18}$  atomes/cm<sup>3</sup>.

1. Déterminer le nombre d'atomes par cm<sup>3</sup>.
2. Calculer la concentration intrinsèque à 300K.
3. Quelle est la fraction d'atomes ionisés?

## EXERCICE 3

Dans le cas du Silicium, à  $T = 300$  K, avec  $n_i = 1,5 \cdot 10^{10}$  cm<sup>-3</sup>, nombre total d'atomes par cm<sup>3</sup> =  $5 \cdot 10^{22}$ .

1. Quel est le rapport du nombre d'atomes ionisés au nombre total d'atomes?
2. Quelle est la largeur de la bande interdite en eV ?

$$N_c = 3 \cdot 10^{19} \left( \frac{T}{300} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ atomes/cm}^{-3}, \quad N_v = 10^{19} \left( \frac{T}{300} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ atomes/cm}^{-3}$$

Déterminer sans calculs le type de semi-conducteur (n ou p) puis les concentrations des porteurs à l'équilibre dans les cas suivants :

- a) Silicium dopé par  $10^{15}$  atomes de Ga par cm<sup>-3</sup>.
- b) Silicium dopé par  $10^{12}$  atomes de Sb par cm<sup>-3</sup>.
- c) Silicium dopé par  $3 \cdot 10^{10}$  atomes de I<sub>n</sub> par cm<sup>-3</sup>.

## EXERCICE 4

Dans un semi-conducteur intrinsèque, la concentration des porteurs libres est donnée par la relation suivante:

$$n = p = n_i = A \cdot e^{\frac{W_C - W_V}{2kT}}$$

1. Sachant qu'à 300K la concentration intrinsèque du silicium vaut  $6,4 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$  et que la hauteur de la bande interdite vaut 1,12 eV, déterminer la valeur de A.
2. En supposant A indépendant de T, calculer la concentration intrinsèque du silicium à la température d'un four diffusion (1200K).

### EXERCICE 5

Un matériau intrinsèque est dopé par  $N_d$  atomes donneurs et  $N_a$  atomes accepteurs.

1. Donner l'expression de la concentration  $n_0$  en fonction de  $n_i$  et de  $N = N_d - N_a$ .
2. Quel est le signe de N si le semi-conducteur est de type n? de type p?
3. On suppose  $N_d > N_a$ . Faire un développement limité de  $n_0$  en fonction de  $n_i/N$
4. En déduire la valeur minimale de  $N/n_i$  pour que l'erreur introduite en utilisant la formule approchée de  $n_0 = N$  soit inférieure à 5%.

### EXERCICE 6

On considère un barreau de silicium intrinsèque. On donne:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}, \text{ nombre d'Avogadro} = 6,02 \cdot 10^{23}, h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J.s.}$$

Masse atomique = 28,08 g.

Masse volumique =  $2,33 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ .

Largeur de la bande interdite  $E_g = 1,1 \text{ eV}$  (supposée indépendante de la température). Concentration effective des porteurs dans la bande de conduction,

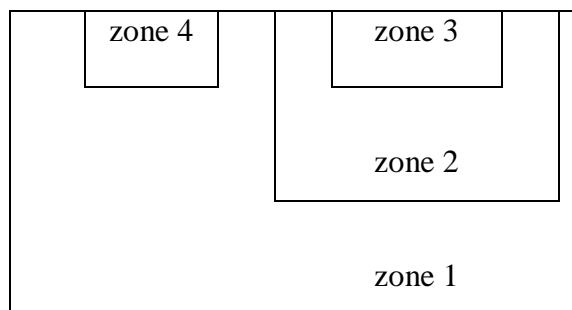
$$N_c = 3 \cdot 10^{19} \left( \frac{T}{300} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ atomes/cm}^{-3}, N_V = 10^{19} \left( \frac{T}{300} \right)^{\frac{3}{2}} \text{ atomes/cm}^{-3}$$

1. Calculer la concentration  $n_i$  des porteurs à 300K.
2. Le barreau est maintenant dopé à raison d'un atome d'antimoine (Sb) pour  $5 \cdot 10^{12}$  atomes de silicium. Déterminer la concentration des impuretés introduites. Quel type de semi-conducteur obtient-on ? (dans quelle colonne de la classification périodique se situe cet atome?)
3. Après avoir rappelé comment on établit les expressions générales donnant les concentrations des porteurs n et p en fonction de  $n_i$  et des concentrations des impuretés acceptrices et donatrices, déterminer ces concentrations à 300 K.
4. On admet que le barreau de silicium redevient pratiquement intrinsèque lorsque  $n_i$  dépasse de 10 fois

la valeur de la concentration des impuretés introduites. A quelle température minimum doit-on chauffer le barreau pour se trouver dans un tel cas ?

### EXERCICE 7

On considère l'élément de semi-conducteur suivant réalisé à partir d'une plaquette de silicium dopée avec une concentration d'atomes accepteurs  $N_A = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ . Par des diffusions successives d'impuretés dans la plaquette primitive, on a introduit  $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  atomes donneurs dans la zone 2 et  $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  atomes accepteurs dans les zones 3 et 4. On se place à la température de 300 K avec  $n_i = 8,3 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$ .



1. De quel type sont les différentes régions?
2. Ecrire l'équation qui traduit l'équilibre des porteurs et celle qui traduit la neutralité.
3. Calculer les concentrations de trous et d'électrons dans chacune des zones.

### EXERCICE 8

La concentration intrinsèque d'un semi-conducteur varie en fonction de la température suivant:

$$n_i^2 = A_0 T^3 \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$$

avec  $n_i = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  à 300 K,  $E_g = 0,67 \text{ eV}$  à 300 K pour le germanium et  $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  à 300 K,  $E_g = 1,1 \text{ eV}$  à 300 K pour le silicium.

Quel est le pourcentage de variation de  $n_i$  (à 300 K) pour une élévation de température de 1 degré?

#### Réponses 2.1

1. L'AsGa.

2.  $n_i = 1,8 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ .

#### Réponses 2.2

1.  $4,41 \cdot 10^{22}$  atomes par  $\text{cm}^3$ . 2.  $n_i = 1,87 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3} \cdot 3,4 \cdot 2 \cdot 10^{-10}$ .

#### Réponses 2.3

1.  $3 \cdot 10^{-13} \cdot 2,1 \cdot 0,08 \text{ eV}$ . 3. a : type p,  $p_0 = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_0 = 2,25 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ . b : type n,  $p_0 = 2,28 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_0 = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ .

typep,  $p_0=3,62 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_0=6,2 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$ .

Réponses2.4

1.  $A=1,63 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3} \cdot 2 \cdot n_i = 7,26 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ .

Réponses2.5

$$1 \quad n_0 = \frac{N}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N^2}} \right)$$

2. typen,  $N > 0$  ; typep,  $N < 0$ .

$$3. \quad n_0 = N \left( 1 + \frac{n_i}{N^2} \right)$$

$$4. \quad \frac{N}{n_i} = 4,47$$

Réponses2.6

1.  $n_i = 1,016 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ , typen. 3.  $p_0 = 6,25 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_0 = 1,6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3} \cdot 4,336 \text{ K}$ .

Réponses2.7

1. 1:typep, 2:typen, 3 et 4:typep. équilibre :  $n_0 \cdot p_0 = n_i^2$ , neutralité:  $n_0 + N_A = p_0 + N_D$ .

3. 1:  $n_0 = 6,9 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ ,  $p_0 = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ , 2 :  $n_0 = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $p_0 = 6,9 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$ , 3 et 4 :  $n_0 = 6,9 \cdot 10^2 \text{ cm}^{-3}$ ,  $p_0 = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ .

Réponses2.8  $G_e : \frac{\Delta n_i}{n_j} = 4.8\%$ ,  $S_i : \frac{\Delta n_j}{n_i} = 7.6\%$

**Exercice 01 :**

Calculer la probabilité pour qu'un état d'énergie  $3 k_B T$ , situé au-dessus du niveau de Fermi  $E_F$ , soit occupé par un électron à  $T = 300 \text{ K}$ .

**Exercice 02 :**

Supposons que le niveau d'énergie de Fermi  $E_F$  soit de 0.30 eV en-dessous de l'énergie minimum de la bande de conduction.

1. Déterminer la probabilité pour qu'un état de la bande de conduction soit occupé par un électron ;

2. Répétez la question (1) pour un état d'énergie  $E_C + k_B T$ . Supposons que  $T = 300 \text{ K}$ .

**Exercice 03 :** Déterminer la température à laquelle il existe 1% de probabilité pour qu'un état d'énergie 0.30 eV situé en-dessous du niveau de Fermi soit vide. Supposons que le niveau d'énergie de Fermi pour un tel matériau soit de 6.25 eV et que les électrons de ce matériau suivent la fonction de distribution de Fermi-Dirac.

**Exercice 04 :**

Soit un semi-conducteur de silicium (Si),

1. Calculer la probabilité pour qu'un état dans la bande de conduction soit occupé par un électron à  $T = 300$  K. Supposons que le niveau de Fermi soit situé à 0.25 eV en-dessous de la bande de conduction,
2. Calculez la concentration d'électrons à l'équilibre pour le Si. La valeur de  $N_c$ , pour le Si à  $T = 300$  K est  $N_c = 2.8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ .

**Exercice 05 :**

Calculer la concentration des trous à l'équilibre pour le silicium (Si) à  $T = 400$  K. Supposons que le niveau de Fermi soit situé à 0.27 eV au-dessus de la bande de valence. La valeur de  $N_v$  pour le silicium à  $T = 300$  K est  $N_v = 1.04 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ .

**Exercice 06 :** Supposons que le niveau d'énergie de Fermi est de 0.35 eV au-dessus de l'énergie maximale de la bande de valence.

1. Déterminer la probabilité pour qu'un état de la bande de valence soit vide ;
2. Répéter la question (1) pour un état d'énergie situé à  $E_v - k_B T$ . Supposons que  $T = 300$  K.

**Exercice 07 :**

La largeur de la bande interdite  $E_g$  d'un semi-conducteur est une fonction qui dépend généralement de la température. Dans certains cas, cette énergie peut être modélisée par la relation :

$$E_g = E_g(0) - \frac{\alpha T^2}{(\beta + T)}$$

où  $E_g$  est la valeur de l'énergie de la bande interdite à 0K. Pour le Si, ces paramètres sont :

$E_g(0) = 1.17$  eV,  $\alpha = 4.73 \times 10^{-4}$  eV/K et  $\beta = 636$  K.

Dessiner  $E_g$  en fonction de  $T$  ( $0 \leq T \leq 600$  K), en précisant en particulier la valeur de  $E_g$  à  $T = 300$  K.

## SUPRA CONDUCTEUR

### I. Introduction

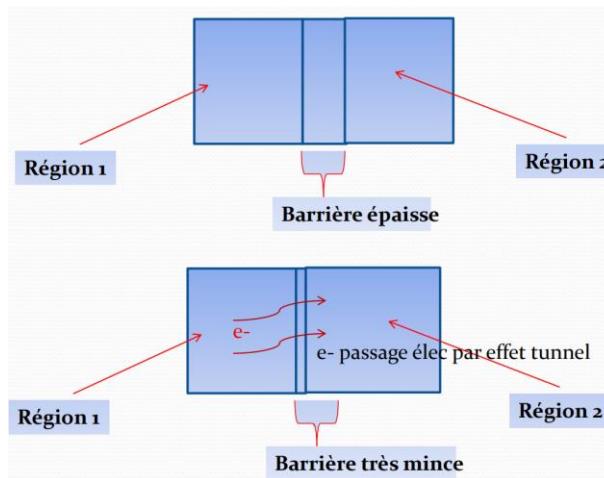
Dans les supraconducteurs la résistance zero et l'effet Meissner sont considérés comme propriétés macroscopique des supraconducteurs. Dans ce chapitre nous étudions les propriétés qui peuvent être expliquées par les concepts de la mécanique quantique (propriétés microscopique).

Un exemple de propriétés microscopiques est le phénomène d'effet tunnel des électrons dans les supraconducteurs. Dans les supraconducteurs la résistance zero et l'effet Meissner sont considérés comme propriétés macroscopique des supraconducteurs. Dans ce chapitre nous étudions les propriétés qui peuvent être expliquées par les concepts de la mécanique quantique (propriétés microscopique). On définit Maillon faible comme plusieurs supraconducteurs couplés par une liaison faible. Le maillon faible peut être constitué par une barrière isolante mince (appelée jonction supraconducteur-isolant-supraconducteur, ou SIS), une courte section de métal non supraconducteur (SNS) ou un étranglement physique qui affaiblit la supraconductivité au point de

#### I.1 Paires effets tunnel, et Josephson

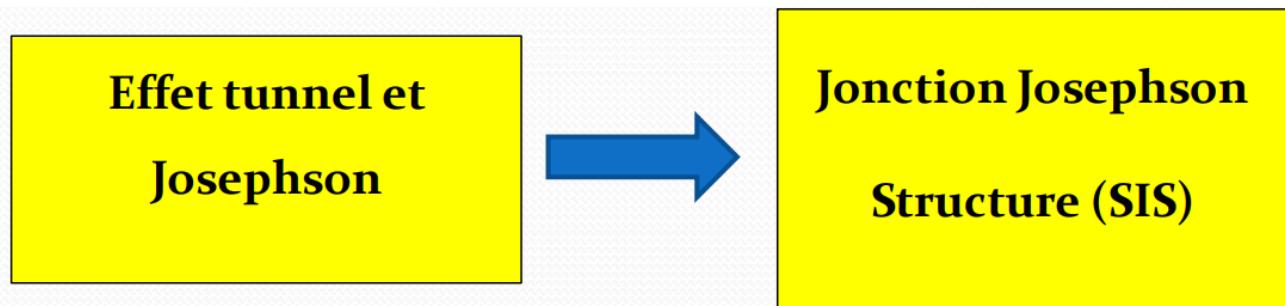
##### a) Effet tunnel

- L'effet tunnel est un processus qui découle de la nature ondulatoire de l'électron. Il se produit en raison du transport des électrons à travers des espaces qui sont interdits par la physique classique en raison d'une barrière de potentiel.
- Si l'épaisseur de la barrière est grande l'électron ne peut pas traverser la barrière et si l'épaisseur est très mince, un électron peut probablement traverser la barrière est c'est l'effet tunnel



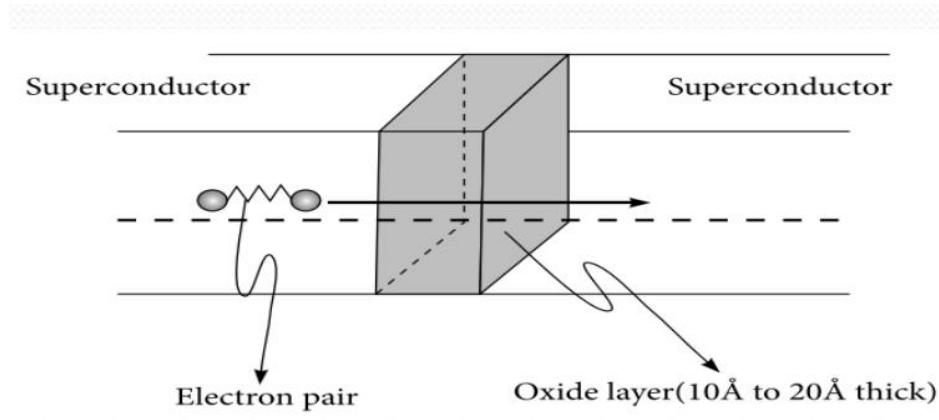
##### b) Paires effets tunnel, et Josephson

- Le tunnelage (passage par effet tunnel) d'une paire d'électrons entre des supraconducteurs séparés par une barrière isolante a été découvert pour la première fois par Brian Josephson en 1962.
- Josephson a découvert que si deux matériaux supraconducteurs étaient séparés par une mince barrière isolante telle qu'une couche d'oxyde de 10 à 20 angströms d'épaisseur, il est possible que des paires d'électrons traversent la barrière sans résistance à travers un tunnel.
- Le flux de courant électrique entre deux matériaux supraconducteur séparées par une fine couche de matériau isolant est connu sous le nom d'effet Josephson à courant continu.

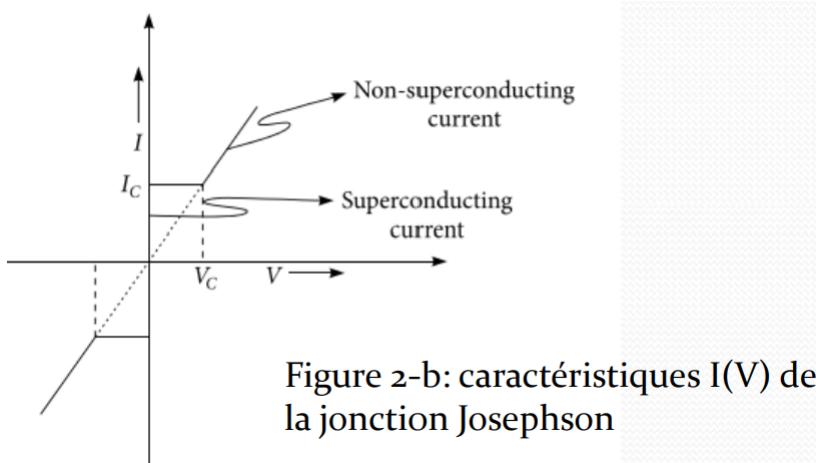


Donc: Une jonction Josephson est constituée de deux supraconducteurs séparés par une mince barrière isolante on aura une structure suprisolant-supra [SIS] Le courant qui circule dans une jonction Josephson en courant continu (DC) a une densité de courant critique qui est caractéristique du matériau et de la géométrie de la jonction.

- Des paires (paires de Cooper) d'électrons supraconducteurs creuseront un tunnel à travers la barrière.
- Tant que le courant est inférieur au courant critique pour la jonction, il n'y aura aucune résistance et aucune chute de tension aux bornes de la jonction
- en dessous d'un courant critique  $I_c$ , la tension aux bornes de la jonction est nulle
- Paire effet tunnel et Josephson est déduite du couplage de passage d'une paire d'électron (paires de Cooper) et la jonction Josephson
- La figure 2-a illustre l'effet Josephson et la figure 2-b est un graphique de la relation courant-tension pour une jonction Josephson



Applications: La jonction Josephson peut se comporter comme un dispositif de commutation super rapide. Les jonctions Josephson peuvent remplir des fonctions de commutation telles que la commutation de tensions environ dix fois plus rapide que les circuits semiconducteurs ordinaires



## I.2 Théorie

On a deux choses: effet Josephson et le supercourant résultant de l'effet tunnel des paires est appelé le super courant Josephson. À la suite des travaux originaux de Josephson (1962, 1964, 1965, 1969), nous résumons un formalisme Hamiltonien de l'effet tunnel et donner l'expression pour la dépendance en température du supercourant de Josephson. (Pour plus de détails voir réf : Ketterson, J. B., & Song, S. N. (n.d.). Pair tunneling: the microscopic theory of the Josephson effects. Superconductivity

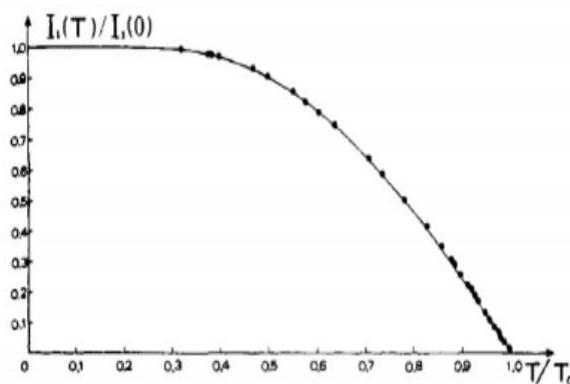
Après une série de calculs et de développement de formules (voir référence indiquée au diapo 9, la dépendance en température du super courant de Josephson  $I_J$  est donnée par (Ambegaokar et Baratoff 1963)

$$I_J(T) = \frac{\pi \Delta(T)}{2eR_N} \tanh \left( \frac{\Delta(T)}{2k_B T} \right)$$

où  $R_N$  est la résistance de jonction à l'état normal La figure 3, montre un exemple de l'allure de la dépendance de la température du supercourant

A  $T=0$ , on aura le maximum du courant car l'équation précédente sera de forme:

$$I_J(0) = \frac{\pi \Delta}{2eR_N}.$$



### I.3 Conclusion :

Le câble supraconducteur est un objet hautement technologique à la fois complexe et particulièrement novateur. Les mécanismes de la supraconductivité semblent globalement compris mais de nombreux progrès dans la mise en œuvre sont encore possibles. L'exemple pris dans cet article a permis d'effleurer les problématiques matériaux des câbles supraconducteurs Nb<sub>3</sub>Sn pour les quelques applications citées. Cet exemple montre les nombreuses et différentes disciplines scientifiques mises en jeux ainsi que certaines limites de l'utilisation de ce conducteur spécifique. Les domaines d'applications des supraconducteurs ne se limitent pas aux exemples de cet article et s'étendent à mesure de l'augmentation de la fiabilité des dispositifs. Le caractère multidisciplinaire lié à la fabrication et l'utilisation des conducteurs sous différentes formes en font des objets fascinants qui ne manqueront pas de marquer l'avenir

**Exercice :(questions de cours)**

1. L'origine de la résistivité électrique des matériaux est la collision entre les électrons de conduction et les phonons, alors que la théorie de Drude attribue la résistivité aux collisions des électrons avec les ions du réseau.
2. D'après les courbes du document la plus haute température critique atteinte est de 140 K, qui est inférieur à la température ambiante 293 K.
3. Un supraconducteur repousse les champs magnétiques extérieurs, c'est l'effet Meissner. On dit qu'un supraconducteur est un corps diamagnétique parfait.
4. Les alliages utilisés en imagerie par résonance magnétique nucléaire sont NbTi et Nb<sub>3</sub>Sn leurs températures critiques sont de l'ordre de 20 K.
5. La température critique du pnicture S<sub>m</sub>FeAsO<sub>0.85</sub> est de 50 K.
6. Les atomes communs aux cuprates sont le cuivre et l'oxygène. L'état supraconducteur des cuprates nécessite uniquement de l'azote liquide sauf pour La<sub>a</sub>Ba<sub>a</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>

**EXERCICE 1 :**

Modèle de conduction métallique, approche statistique - Le métal est plongé dans un champ électrique permanent et uniforme. - Les électrons de conduction se déplacent dans un réseau cationique fixe. - Les seules interactions prises en compte sont les chocs électrons-cations et la force due au champ électrique extérieur uniforme  $E \vec{}$ . Proposer un modèle statistique simple permettant de retrouver le résultat du cours :

$$\vec{J} = n_0 e^2 \tau \frac{1}{m_e} \vec{E}.$$

Donner l'interprétation physique de  $\tau$  et interpréter les données expérimentales suivantes pour le cuivre :

T (K)	$\gamma$ (S.m <sup>-1</sup> )
77	$5 \cdot 10^8$
273	$6.4 \cdot 10^7$
373	$4.5 \cdot 10^7$

**Exercice**

Modèle simplifié pour un vortex

Un vortex dans un supraconducteur peut être modélisé de manière simplifiée, mais très proche de la forme exacte, par un objet de symétrie cylindrique comprenant :

- (i) un cœur cylindrique de rayon  $\xi$ , entièrement dans l'état normal (non supraconducteur), dans lequel

règne un champ magnétique homogène  $B_\sim$  centre.

(ii) une zone de London pour une distance  $r$  à son axe compris entre  $\xi$  et  $\lambda_L$ . Cette zone est parcourue par des courants supraconducteurs  $\vec{J} = j_\theta(r) \vec{u}_\theta$  et il y règne un champ  $\vec{B} = B_z(r) \vec{u}_z$ .

(iii) une zone où la supraconductivité est complètement rétablie pour  $r > \lambda_L$ , où les courants comme le champ sont pratiquement nuls.

1. En exprimant en coordonnées cylindriques l'équation d'évolution spatiale du champ magnétique  $3.5 \Delta \vec{B} = \vec{B} / \lambda_L^2$ , montrer que l'on obtient l'équation de Bessel :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dB_z}{dr} \right) = \frac{B_z}{\lambda_L^2}$$

Lorsque  $r$  est faible (proche du cœur), c'est-à-dire pour  $\xi < r \ll \lambda_L$ , la partie droite de l'équation de Bessel peut être négligée et remplacée par zéro. Montrer que dans ces conditions la solution est de la forme

$$B_z(r) = a \ln r + b$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes pour l'instant inconnues.

2. Lorsque  $r$  est plus grand (on s'éloigne du cœur de vortex), c'est-à-dire pour  $r \approx \lambda_L$  et au-delà, on peut approximer l'équation de Bessel simplement par :

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{dB_z}{dr} \right) = \frac{B_z}{\lambda_L^2}$$

Montrer que la solution est de la forme  $B_z(r) = c e^{-r/\lambda_L}$  où  $c$  est une constante. Commenter la validité de l'hypothèse faite pour la zone (iii) et décrire la structure générale du vortex.

4. En utilisant l'équation de Maxwell-Ampère, montrer que le courant dans la zone (ii) est égal à :

$$\vec{j} = \frac{a}{\mu_0 r} \vec{u}_\theta$$

5. En utilisant l'expression du potentiel vecteur  $\vec{A}_\sim$  en jauge de London 4.7, calculer  $\vec{A}_\sim$  dans la zone (ii).

Puis, en utilisant la définition du potentiel vecteur  $\vec{B} = \vec{\text{rot}} \vec{A}$  et le théorème de Stokes, calculer le flux  $\Phi$  du champ magnétique à travers un disque de rayon  $r$  dans la zone (ii), et montrer que :  $\Phi = -2\pi a \lambda_L^2$ . On rappelle par ailleurs le flux magnétique traversant un vortex est toujours égal au quantum de flux  $\Phi_0 = h/2e$ , ce qu'on supposera par la suite.

6. En déduire l'expression de  $\vec{J}$  en tout point de l'espace et tracer le graphe de  $j_\theta(r)$ .

7. En supposant que le champ s'annule en  $r = \lambda_L$  et en utilisant la continuité du champ en  $r = \xi$ , calculer le champ en tout point de l'espace et le tracer sur un graphe en fonction de  $r$ . Préciser la valeur du champ  $B_\text{centre}$  sur l'axe du vortex.

8. La densité de courant supraconducteur  $\vec{J}$  est liée à la vitesse moyenne  $\vec{v}$  des électrons supraconducteurs selon  $\vec{J} = q_e n_s \vec{v}$ , où  $n_s$  est la densité volumique d'électrons supraconducteurs. L'énergie cinétique qu'ils acquièrent, et qui est donc rajoutée au système par la présence des courants supraconducteurs, vaut donc  $n_s \times 1/2(m_e v^2)$  par unité de volume. Montrer, en utilisant les résultats des questions précédentes, que l'énergie rajoutée au système par la présence du vortex vaut, par unité de longueur :

$$E_{\text{vortex}} = \frac{\Phi_0^2}{2\pi \mu_0 \lambda_L^2} \frac{\ln \kappa}{2}$$

Malgré le caractère simplifié de ce modèle de vortex, il se trouve que l'énergie de formation d'un vortex calculée ci-dessus correspond à sa valeur exacte calculée dans le cadre de la théorie GLAG.

1. Immédiatement au-dessus de  $H_{c1}$ , le champ n'est plus totalement expulsé comme dans l'état Meissner (où l'on aurait  $\vec{M} = -\vec{H}$ ). Cependant, il ne pénètre pas non plus totalement dans le matériau (on aurait alors  $\vec{M} = \vec{0}$ ), car il existe une répulsion entre les vortex qui tend à limiter leur pénétration dans le matériau. On peut considérer approximativement que la moitié du champ y pénètre, et l'autre moitié en est expulsée, c'est-à-dire que  $\vec{M} \approx -\vec{H}_{c1}/2$ . Calculer l'énergie magnétique (par unité de volume) expulsée en présence de vortex  $G_{\text{mag}} = -\mu_0 \vec{M} \cdot \vec{H}$  pour  $H = H_{c1}$ . En déduire l'énergie magnétique expulsée pour la surface  $s$  occupée par un vortex, exprimée par unité de longueur de vortex.
2. Le premier champ critique  $H_{c1}$  est atteint lorsque l'énergie magnétique expulsée par le matériau en présence de vortex est égale à l'énergie de formation d'un vortex calculée précédemment. En se rappelant que le flux magnétique introduit par chaque vortex (égal à un quantum de flux  $\Phi_0$ ) est égal à l'amplitude du champ magnétique moyen régnant dans le matériau  $\vec{M} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \approx \mu_0 \vec{H}_{c1}/2$  multipliée par la surface qu'occupe un vortex  $s$ , montrer que l'on retrouve la valeur du premier champ critique donnée par la théorie GLAG :

$$\mu_0 H_{c1} = \frac{\Phi_0}{2\pi \lambda_L^2} \frac{\ln \kappa}{2}$$

**Exercice 2.** Conductivité d'une solution électrolytique

On modélise une cellule d'un conductimètre par deux électrodes planes de surface rectangulaire  $S$  d'axe  $Ox$ , comprise entre les plans d'équations  $x=0$  et  $x=L$ , contenant une solution aqueuse de sulfate de cuivre. Cette solution contient différents types d'ions  $A_i$  de charge  $q_i$  et de masse  $m_i$  ; on note  $n_i$  le nombre d'ions  $A_i$  par unité de volume. Soit  $U$  la différence de potentiel constante entre les plans  $x=0$  et  $x=L$  telle que dans le cylindre règne un champ électrostatique uniforme et stationnaire  $\vec{E} = \frac{U}{L} \vec{u}_x$  où  $\vec{u}_x$  est le vecteur unitaire de l'axe  $Ox$ . Les ions  $A_i$  sont alors soumis à la force électrostatique correspondante  $q_i \vec{E}$  et à une force de frottement fluide de la forme  $-f_i \vec{v}_i$  où  $\vec{v}_i$  est leur vitesse et  $f_i$  un coefficient positif.

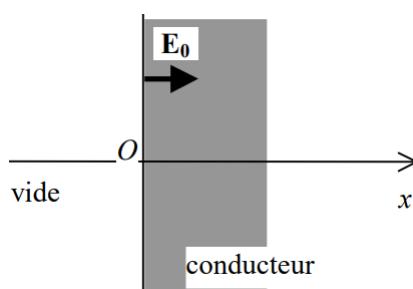
Écrire l'équation différentielle du mouvement d'un ion  $A_i$ . Dans la suite, on se place en régime permanent ; montrer que  $\vec{v}_i = \mu_i \vec{E}$  et exprimer le coefficient  $\mu_i$  (mobilité de l'ion) en fonction de  $q_i$  et  $f_i$ .

Quel est le nombre  $dN_i$  d'ions  $A_i$  franchissant une section d'abscisse donnée de la cellule entre les dates  $t$  et  $t+dt$  ? Quelle charge  $dQ_i$  transportent ces ions pendant  $dt$  ? En déduire la contribution  $I_i$  des ions  $A_i$  à l'intensité  $I$  du courant traversant la cellule en fonction de  $q_i$ ,  $f_i$ ,  $n_i$ ,  $L$ ,  $S$  et  $U$ . Vérifier que le signe de  $q_i$  n'influe pas sur le signe de l'intensité du courant.

En déduire que la résistance  $R$  du cylindre s'écrit  $R = \frac{1}{\sigma S} \frac{L}{\mu_i}$  et donner l'expression de la conductivité  $\sigma$  en fonction d'abord des  $n_i$ ,  $q_i$ ,  $f_i$ , puis des  $n_i$ ,  $q_i$ ,  $\mu_i$ .

### Exercice 3 :

Conducteur en régime stationnaire Un conducteur est soumis à un champ électrique extérieur uniforme et stationnaire  $E_0 = E_0 \mathbf{e}_x$ . A l'intérieur de ce conducteur, le champ électrique en régime stationnaire satisfait à l'équation différentielle (1) :  $\Delta E - E/\lambda_D^2 = 0$  ;  $\lambda_D$  est une longueur caractéristique du matériau, appelée longueur de Debye, qui est de l'ordre de quelques nanomètres pour un conducteur usuel. La surface du conducteur est supposée plane et l'axe ( $Ox$ ) est choisi selon sa normale :



Dans cette configuration, le champ est de la forme :  $E = E(x)e_x$ . Déterminer  $E(x)$  puis la charge volumique  $\rho(x)$ . Déterminer la charge volumique  $\rho_0$  sur la surface du conducteur en fonction de  $E_0$ ,  $\lambda_D$  et  $\epsilon_0$ . On admettra que le champ électrique est continu en  $x = 0$ . Compte-tenu de la valeur de  $\lambda_D$  et pour un échantillon de taille macroscopique, il est alors commode d'introduire la charge surfacique  $\sigma$  du conducteur. Exprimer  $\sigma$  en fonction de  $\rho_0$  et de  $\lambda_D$ , puis en fonction de  $E_0$  et de  $\epsilon_0$ .

**Exercice 4 :** Supraconducteur en régime stationnaire – effet Meissner Certains matériaux deviennent supraconducteurs (leur résistivité est alors nulle) en dessous d'une certaine température critique. Dans cet état, les porteurs de charge (densité volumique  $n$ , charge  $q$ , masse  $m$ ) forment un fluide chargé, idéal, sans viscosité. On montre alors qu'une composante quelconque  $\psi$  du champ magnétique  $B$  à l'intérieur du matériau satisfait à une équation du type (1):

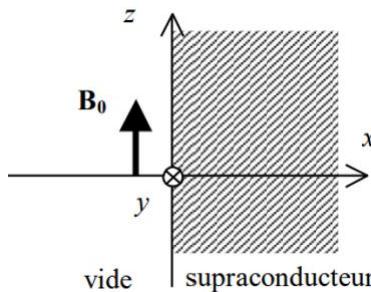
$$\Delta\psi - \frac{\Psi}{\lambda_L^2} = 0 \text{ avec } \lambda_L^2 = \frac{m}{nq^2\mu_0}.$$

On donne :  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ ,  $m = 9.1 10^{-31} \text{ kg}$  (masse de l'électron),  $q = 1,6 10^{-19} \text{ C}$ .

- 1) Préciser la dimension physique de  $\lambda_L$ , appelé paramètre de London.

Calculer  $\lambda_L$  dans le cas du plomb pour lequel  $n = 10^{28} \text{ m}^{-3}$ .

- 2) Déterminer le champ magnétique et la densité de courant volumique  $J$  dans le supraconducteur ci-dessous, sachant qu'au voisinage de celle-ci le champ magnétique  $B_0$  à l'extérieur est tangentiel et vaut  $B_0 e_z$ . On admettra que dans ces conditions, le champ intérieur s'écrit  $B(x)e_z$  et que le champ est continu en  $x = 0$ .



- 3) Compte tenu de la valeur de  $\lambda_L$  les courants supraconducteurs peuvent être considérés comme surfaciques. Déterminer alors la densité de courant surfacique  $J_s$ . Exprimer sa valeur  $J_s$  en fonction de  $J_0 = J(0)$ , et de  $\lambda_L$ , puis en fonction de  $B_0$  et de  $\mu_0$ . Quelques manipulations réalisées au Palais de la Découverte

## TECHNIQUE DE HAUTE TENSION : STRUCTURE D'UN RESEAU HTA

### Questions de cours

- a) Donner la structure générale et la composition d'un réseau privé de distribution avec une alimentation en HTB.
- b) Dans le cas général avec une alimentation en HTB, un réseau privé de distribution comporte (fig. 1), un poste de livraison HTB alimenté par une ou plusieurs sources, il est composé :d'un ou plusieurs jeux de barres , de disjoncteurs de protection , une source de production interne , un ou plusieurs transformateurs HTB / HTA, un tableau principal HTA composé d'un ou plusieurs jeux de barres , un réseau de distribution interne en HTA alimentant des tableaux secondaires ou des postes HTA / BT, des récepteurs HTA, des transformateurs HTA / BT, des tableaux et des réseaux basse tension et des récepteurs basse tension.

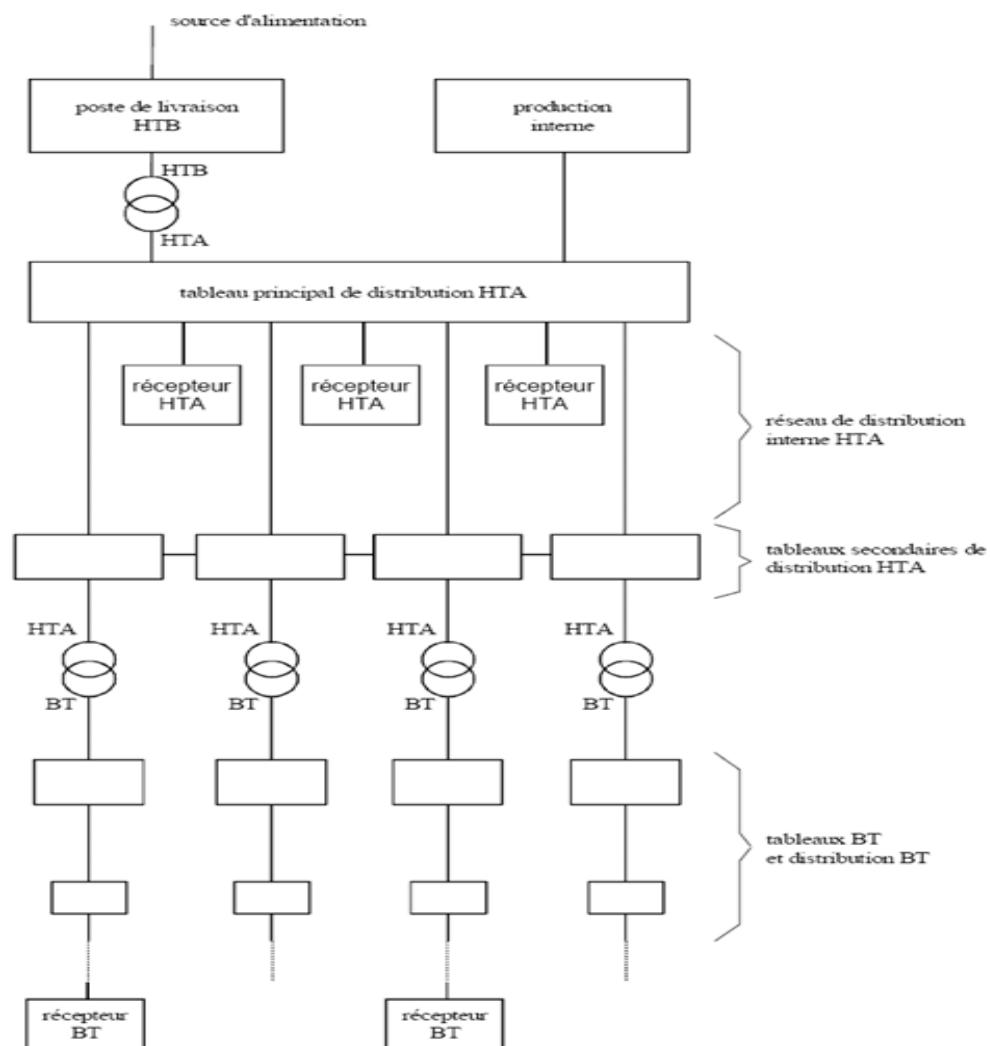


Figure 1 : structure générale d'un réseau privé de distribution

- b) Citer les schémas électriques des postes de livraison HTB les plus couramment rencontrés.

### Exercice 1.

Objectifs : Être capable d'identifier les types d'alimentation HTA et de déduire par comparaison les avantages et les inconvénients de ces structures.

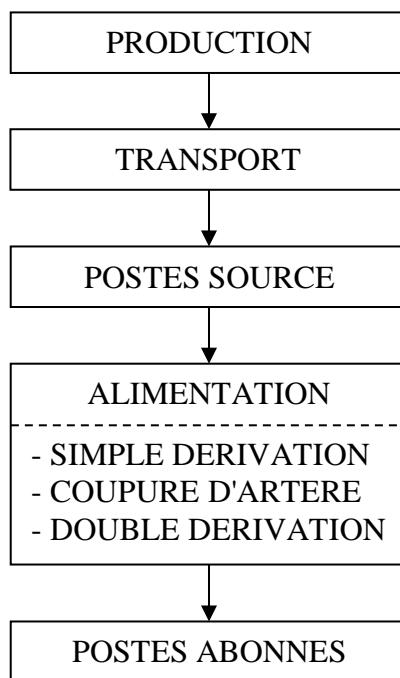
#### 1. Cheminement de l'énergie électrique

L'énergie électrique qui provient des centrales de production parcourt les lignes de transport dans le domaine de tension HTB ( $U_n > 50000$  V) jusqu'aux postes source.

À partir de ces postes équipés de transformateurs HTB/HTA (HTA:  $1000$  V  $< U_n \leq 50000$  V), l'EDF distribue l'énergie généralement sous 20 kV.

Cette répartition peut se faire suivant différentes structures :

- Alimentation en simple dérivation
- Alimentation en coupure d'artère
- Alimentation en double dérivation



Le schéma suivant explique le cheminement de l'énergie électrique :

Nous allons comparer ces 3 types d'alimentation HTA afin de déterminer les avantages et les inconvénients de chacun.

Les schémas électriques de principe sont sur le document 1.

#### 2. En fonctionnement normal d'exploitation

Utiliser le document 1.

##### 2.1. Alimentation en simple dérivation

- a) À partir des indications qui vous sont données avec le schéma électrique, repasser à l'aide de deux stylos de couleur différente (une couleur pour chacun des deux départs des disjoncteurs), les portions de câbles et les appareils qui sont sous tension. Pour ceci, commencer du poste source jusqu'aux transformateurs des postes HTA/BTA.

Réponse : CORRECTION 1.

- b) En utilisant les numéros de repère inscrits dans chaque poste, déterminer les transformateurs HTA/BTA qui sont alimentés.

Réponse : Tous les transformateurs sont alimentés. Du transformateur 1 au 5.

## 2.2. Alimentation en coupure d'artère

Mêmes questions qu'au 2.1.

Réponses :

- a) CORRECTION 1.  
b) Tous les transformateurs sont alimentés. Du transformateur 1 au 5.

## 2.3. Alimentation en double dérivation

Mêmes questions qu'au 2.1.

Réponses :

- a) CORRECTION 1.  
b) Tous les transformateurs sont alimentés. Du transformateur 1 au 5.

## 3. Fonctionnement suite à un défaut

Pendant des travaux sur un chantier d'ordre non électrique, un câble HTA est transpercé par une machine, ce qui produit un court-circuit.

L'emplacement du défaut sur les schémas électriques est indiqué par un "éclair".

### 3.1. Alimentation en simple dérivation

À utiliser pour la suite :

- Document 2 : structure d'un réseau HTA : Fonctionnement suite à un défaut
- Résultats du 2.1. Pour un fonctionnement normal

- a) Que se passe-t-il au niveau du réseau HTA immédiatement après ce court-circuit ?

Réponse : Le disjoncteur situé à gauche du poste source s'ouvre.

- b) Repasser à l'aide de deux stylos de couleur différente (une couleur pour chacun des deux départs des disjoncteurs), les portions de câbles et les appareils qui sont sous tension juste après

l'apparition du défaut. Pour ceci, commencer du poste source jusqu'aux transformateurs des postes HTA/BTA.

Réponse : CORRECTION 2.

- c) En utilisant les numéros de repère inscrits dans chaque poste, déterminer les transformateurs HTA/BTA qui ne sont plus alimentés. Entourer leur repère sur le document 2.

Réponse : Les Transformateurs 4 et 5 ne sont plus alimentés.

- d) En observant le schéma électrique, y a-t-il possibilité de réalimenter les transformateurs qui ne le sont plus en attendant la réparation du défaut ?

Si oui, indiquer sur le schéma à l'aide de la couleur qui convient (voir question b) les câbles et appareils qui devraient être sous tension afin de palier à ce problème.

Mettre une croix sur les appareils de coupure qu'il faut ouvrir et un cercle sur ceux qu'il faut fermer pour réaliser cette nouvelle alimentation.

En déduire s'il y a continuité de service.

Réponse : CORRECTION 3. Il n'y a aucune possibilité de réalimenter les transformateurs, donc pas de continuité de service.

- e) De quel élément dépend le temps de réalimentation des transformateurs ?

Réponse : La réalimentation des transformateurs dépend du temps de réparation.

### **3.2. Alimentation en coupure d'artère**

À utiliser pour la suite :

- Document 2 : structure d'un réseau HTA : Fonctionnement suite à un défaut
- Résultats du 2.2. Pour un fonctionnement normal

Mêmes questions qu'au 3.1.

Réponses :

- a) Le disjoncteur situé à gauche du poste source s'ouvre.
- b) Voir la FICHE CORRECTION 2.
- c) Les Transformateurs 4 et 5 ne sont plus alimentés.
- d) Voir la FICHE CORRECTION 3. Il est possible de réalimenter les transformateurs en fermant l'interrupteur sectionneur gauche du poste 3 (point de coupure d'exploitation) et en ouvrant l'interrupteur sectionneur gauche du poste 5 (nouveau point de coupure).
- e) La réalimentation des transformateurs dépend du temps d'intervention pour agir sur les appareils de coupures.

### 3.3. Alimentation en double dérivation

À utiliser pour la suite :

- Document 2 : structure d'un réseau HTA : Fonctionnement suite à un défaut
- Résultats du 2.3. Pour un fonctionnement normal

Mêmes questions qu'au 3.1.

Réponses :

- a) Le disjoncteur situé à gauche du poste source s'ouvre.
- b) CORRECTION 2.
- c) Les Transformateurs 4 et 5 ne sont plus alimentés.
- d) CORRECTION 3. Il est possible de réalimenter les transformateurs en ouvrant les interrupteurs sectionneurs des postes 4 et 5 qui sont normalement fermés, et en fermant ceux qui sont normalement ouverts.
- e) La réalimentation des transformateurs dépend du temps d'intervention pour agir sur les appareils de coupures (voir la remarque qui suit).

Remarque :

Les postes de transformation qui sont alimentés en double dérivation sont équipés d'un Permutateur Automatique de Sources d'Alimentation (P.A.S.A.). En cas de défaut, cet appareil détecte l'absence de tension sur l'arrivée "normale" et fait basculer automatiquement le poste sur l'arrivée "secours" en quelques 1/10 de seconde.

### 3.4. Comparaison de la continuité de service entre les alimentations

Il y a continuité de service lorsque les temps de coupure d'alimentation des postes, suite à un défaut, sont les plus courts possible.

Par conséquent, une structure qui ne propose pas d'alimentation de secours et dont la réalimentation des postes n'est faisable qu'après réparation du défaut n'assure pas de continuité de service.

À partir des résultats aux questions, compléter le tableau suivant.

	Simple dérivation	Coupure d'artère	Double dérivation
Continuité de service	Non	Oui	Oui
Temps de réalimentation en cas de défaut	Dépend du temps de réparation	Dépend du temps d'intervention pour agir sur les appareils de coupure	Très rapide : quelques 1/10 seconde (avec le P.A.S.A)

#### 4. Comparaison du coût des installations de ces alimentations

Utiliser le document 3.

Dans les postes, chaque interrupteur sectionneur est dans une armoire métallique appelée cellule.

##### 4.1. Alimentation en simple dérivation

- a) Donner le nombre de cellules utilisé pour réaliser cette alimentation de 5 postes de transformation sans compter les cellules disjoncteurs ?

Réponse : 5 cellules

- b) Les postes de transformation sont espacés les uns des autres d'une distance "D", par rapport à cette valeur, les autres longueurs sont négligeables (voir le document 3).

Déterminer le nombre de liaisons de longueur "D" utilisé pour réaliser ce type d'alimentation.

Réponse : 5 longueurs "D"

##### 4.2. Alimentation en coupure d'artère

Mêmes questions qu'au 4.1.

Réponses :

- a) 15 cellules  
b) 6 longueurs "D"

##### 4.3. Alimentation en double dérivation

Mêmes questions qu'au 4.1.

Réponses :

- a) 15 cellules  
b) 10 longueurs "D"

##### 4.4. Comparaison pour le coût : compléter le tableau suivant.

	Simple dérivation	Coupure d'artère	Double dérivation
Nombre de cellules pour l'ensemble des 5 postes HTA/BTA	5	15	15
Nombre de liaisons "D"	5	6	10
Numérotation du moins au plus coûteux	Coût 1	Coût 2	Coût 3

**Remarque :** Pour la double dérivation, en plus des considérations précédentes, le verrouillage

mécanique entre les cellules et le Permutateur Automatique de Sources d'Alimentation (P.A.S.A.) augmente le coût de ce type d'alimentation.

##### 5. Conclusion : Tableau récapitulatif des comparaisons entre les différents types alimentations.

	Simple dérivation	Coupure d'artère	Double dérivation
Coût d'installation	Coût minimal	Coût moyen	Coût élevé
Continuité de service	Non	Oui	Oui
Temps de réalimentation	Dépend du temps de réparation	Dépend du temps d'intervention pour agir sur les appareils de coupure	Très rapide : quelques 1/10 seconde (avec le P.A.S.A)

Domaines d'utilisation :

Alimentation en simple dérivation :

- Distribution publique en lignes aériennes (rural)

Alimentation en coupure d'artère :

- Réseaux industriels ou tertiaires étendus
- Réseaux de distribution HTA souterrains publics, en zone urbaine

Alimentation en double dérivation :

- Utilisée pour la distribution publique HTA souterraine, notamment d'abonnés prioritaires (hôpitaux, défense nationale ...)

## **Partie 8. Exercices d'applications sur les lignes aérienne**

### **I. Introduction**

Les lignes aériennes constituent des circuits de transmissions des réseaux triphasés reliant le générateur aux charges. Une ligne de transmission électrique a quatre paramètres, à savoir la résistance, inductance, capacité et la conductance shunt. Ces derniers sont répartis uniformément sur toute la ligne. Chaque élément de ligne a sa propre valeur, et il est impossible de les concentrer en des points discrets sur la ligne. Pour cette raison, les paramètres des lignes sont connus en tant que paramètres distribués, mais peuvent être regroupées en vue de l'analyse sur base approximatives. Ces paramètres conjointement avec le courant de charge et le facteur de puissance déterminent les performances électriques de la ligne. La performance à long terme comprend le calcul de l'envoi de la tension de fin, l'envoi courant de la fin, l'envoi de facteur de puissance de la fin, la perte de puissance dans la ligne, l'efficacité de la transmission, la réglementation et les limites de débit de puissance pendant l'état d'équilibre et de l'état transitoire.

#### **I.1 Les supports :**

Ils sont destinés à supporter le poids des conducteurs et des charge extérieur (vent, neige) et à maintenir les conducteurs à une distance entre eux et a des hauteurs imposer à des normes en diverse forme en fonction du poids et de la tension de la ligne. Ces supports permettent de maintenir les conducteurs en nappe horizontale soit en nappe verticale (drapeau)ou en triangle.

#### **I.2 Types de pylônes :**

En principe, un système de lignes (aériennes) du réseau de transport est composé de trois «phases», parfois aussi appelées système ou terne. En général, un pylône supporte plusieurs systèmes (deux le plus souvent). Le réseau de transport comporte essentiellement des pylônes silhouette « sapin », «Danube» ou «portique».

- Le pylône silhouette «sapin» Comme on le voit sur l'illustration (a), comporte généralement trois niveaux de bras (ou consoles). Il est donc plutôt mince et convient particulièrement aux régions boisées ou montagneuses.
- Le pylône silhouette « Danube » Comme le montre l'illustration (b), comporte généralement deux niveaux de bras et semble donc plus trapu; on l'utilise surtout en plaine.
- Le pylône «en portique» ou (nappe) Comme le montre l'illustration (c), comporte au moins deux mâts et en général deux traverses. En plaine, il est relativement peu visible.

#### **I.3 Isolateurs de lignes aériennes**

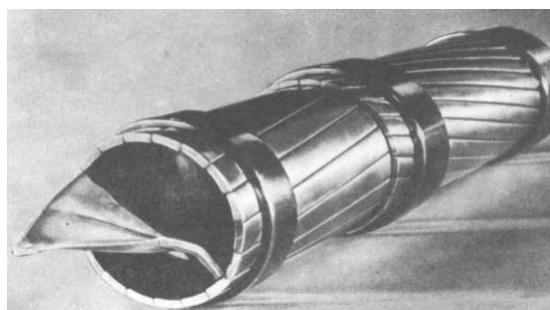
L'isolateur est utilisé comme son nom l'indique pour l'isolement entre deux corps ou deux pièces sous différentes tensions pour empêcher les courts circuits, les pertes de courant et les charges d'électrocution. L'isolateur est un matériau solide, liquide ou gaz qui a une très grande résistance au passage du courant et dont la conductibilité est pratiquement nulle

- Isolateurs rigides
- Isolateurs suspendus (éléments de chaîne)

#### I.4 TYPES de conducteurs :

Ils existent trois types de conducteurs : câblés (toronnée), massif et conducteurs creux. a. Conducteur câblés (toronnée) Afin de donner aux conducteurs une souplesse suffisante, les câbles sont constitués habituellement de brins d'égales sections circulaires disposés en couches spirales dont le sens est alterné d'une couche à la suivante autour d'un brin central rectiligne.

- Conducteurs creux



- Conducteur massif



#### I.5 Effet couronne :

Lorsqu'une différence de potentiel alternatif est appliquée à travers deux conducteurs dont l'espacement est grand par rapport à leurs diamètres, il n'y a pas de changement visible dans l'état de l'air atmosphérique entourant les fils si la tension appliquée est faible. Toutefois, lorsque la tension appliquée dépasse une certaine valeur, appelée tension de claquage critique, les conducteurs sont entourés d'une faible violette briller appeler corona. Le phénomène de la couronne est accompagné d'un sifflement, la production d'ozone, la perte de puissance et les interférences radio.

Le phénomène de la couronne est affecté par l'état physique de l'atmosphère ainsi que par la condition de la ligne. Il existe plusieurs facteurs influant sur la corona on cite parmi eux :

- L'atmosphère.
- La taille du conducteur.
- L'espacement entre les conducteurs.
- La tension de la ligne.

#### I.6 Effet peau :

Les phénomènes résultant en raison de la répartition inégale du courant électrique sur toute la section transversale du conducteur utilisés pour la transmission de puissance à longue distance sont désignée comme le skin effet dans les lignes de transmission. Un tel phénomène n'a pas beaucoup de rôle à jouer dans le cas d'une ligne courte, mais avec l'augmentation de la longueur effective des conducteurs, effet de peau augmente considérablement. Ainsi, les modifications dans le calcul de la ligne doit être fait en conséquence

### I.7 Les paramètres de la ligne électrique L :

les lignes aériennes constituent des circuits de transmissions des réseaux triphasés reliant le générateur aux charges. Chaque ligne possède ses propres paramètres ( $R$ ,  $L$ ,  $C$ ,  $G$ ) les paramètres séries longitudinaux ( $R$ ,  $L$ ) et paramètres parallèles transversaux( $C$ ,  $G$ ).

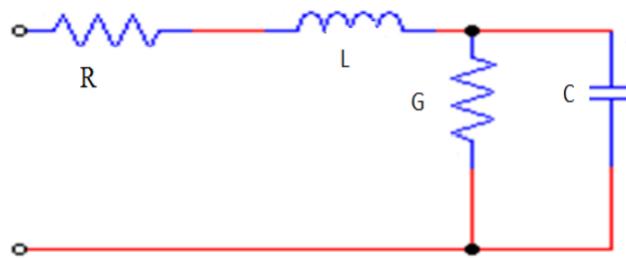


Fig. 1 : Paramètres de la ligne.

#### I.7.1 Les paramètres longitudinaux

##### a) La résistance de la ligne :

Les résistances à courant continu d'un conducteur homogène de longueur  $l$  en (m), de section uniforme  $S$  en ( $\text{mm}^2$ ) et de résistivité  $\rho$  à  $20^\circ\text{C}$  ( $\Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$ ) est donnée par la formule :  $R = \rho l / S$  ( $\Omega/\text{km}$ ) La valeur de la résistance en courant continu peut être modifiée par l'effet de spiralé du conducteur et par l'effet température.

**b) Effet de spiralage** :du conducteur  $L$  l'effet de spiralage du conducteur fait augmenter la résistance de 1% environ pour les conducteurs à trois brins et de 2% environ pour les conducteurs à nombre de brins supérieur. b. Effet de température La résistance du matériau croît avec la température selon la loi :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{T+t_2}{T+t_1}$$

- $t_1$  et  $t_2$  sont les températures en  $^\circ\text{C}$  à l'état initiale et à l'état final du conducteur.
- $R_1$  et  $R_2$  sont les résistances du conducteur respectivement aux températures  $t$  et  $t$  .
- $T$  est une température paramétrique en  $^\circ\text{C}$  liée à la nature du matériau du conducteur.

Table. 1:les températures de certain conducteur

T(°C)	Nature de conducteur
234.5	Pour le cuivre recuit ayant 100% de conductivité
241	Pour le cuivre étiré ayant 97.3% de la conductivité du cuivre recuit
228	Pour l'aluminium étiré (et ses alliages) ayant 61% de la conductivité du recuit

**c) Effet pelliculaire ou effet Kelvin**

$$q = \pi \cdot d \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot f \cdot 10^{-5}}{\rho}}$$

d : diamètre de conducteur en cm.

f : fréquence du réseau en Hz

$\rho$  : résistivité du métal ( $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{km}$ )

**d) Inductance de la ligne :**

$$e = \frac{d\phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

**e) Inductance d'un conducteur**

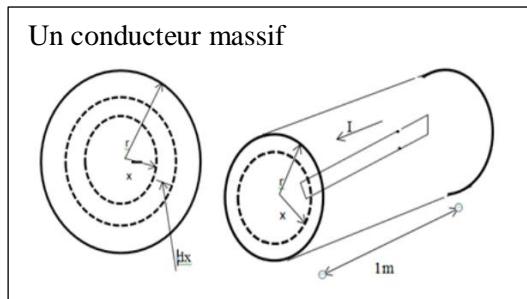
**a. Inductance d'un conducteur due au flux intérieur**

$$\int_0^{2\pi x} H \cdot dx = I_x$$

$$H \cdot 2\pi x = I_x$$

$$H = \frac{I_x}{2\pi x} \text{ (At/m)}$$

$$B = \mu_0 H \text{ (wb/m}^2\text{)}$$



$$B = \mu_0 \frac{I_x}{2\pi x}$$

Le flux travers une section d'épaisseur  $dx$  et de longueur de 1m est :  $d\phi = B \cdot ds = B \cdot dx \cdot 1$  Supposant que la densité du courant est uniforme :

$$\frac{I_x}{\pi x^2} = \frac{I}{\pi r^2} \Rightarrow I_x = \frac{x^2}{r} I$$

Le flux intérieur entoure seulement une partie du conducteur, donc comme le courant, il constitue

une portion du flux total

$$d\psi = \frac{x^2}{r^2} d\phi$$

$$d\psi = \frac{x^2}{r^2} B \cdot dx = \frac{x^2}{r^2} \mu_0 \frac{1}{2\pi x} \cdot \frac{x^2}{r^2} I dx$$

$$d\psi = \mu_0 \cdot I \frac{x^3}{2\pi r^4} dx$$

$$\psi_{int} = \int_0^r d\psi = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^4} \int_0^r x^3 dx$$

$$\psi_{int} = \frac{\mu_0 I}{8\pi} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-7} I \quad (\text{Wb.t/m})$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

### Questions de cours :

1. a. Définition de la coordination de l'isolement : c'est l'ensemble des mesures qui sont prises pour éviter des décharges disruptives de perforation ou de contournement dans le matériel des installations. b. Différence entre l'respect passif et actif dans l'isolement : L'aspect passif vise à donner une bonne tenue du matériel aux contraintes électriques en tension alors que l'aspect actif vise à diminuer le niveau de surtensions par l'insertion des parafoudres ou éclateurs ou cornes d'amorçage.

2. a. Différence entre un champ uniforme et un champ radial : Un champ uniforme dans une région est un champ constant en valeur et direction. Alors qu'un champ radial varie en fonction du rayon.

b. Exemples :

- Champ uniforme : système plan- plan :  $E = U/d$ , U : tension appliquée, d : distance entre les électrodes.
- Champ radial système cylindriques :

$$E(r) = \frac{U}{r \ln(\frac{r_2}{r_1})}$$

avec :  $r_2$ : rayon extérieur,  $r_1$ : rayon intérieur,  $r$  : distance entre la ligne médiane.

Profil que Rogowski : il élimine l'effet de bord d'un système plan. Champ uniforme  $E = U/d$  En absence de profil :  $E_{max} = (\beta \cdot U)/d$

Exercice 2 :

$$r = 3\text{cm}, U = 500 \text{ kV}, h = 13 \text{ mm}^2, m_2 = 0.9, \delta = 1$$

a. Champ critique d'apparition d'effet couronne :

Conducteur parfaitement lisse  $m_1 = 1$

$$E_C = E_s \cdot \delta \left( 1 + \frac{k}{\sqrt{\delta \cdot r}} \right) = 30 \left( 1 + \frac{0.308}{\sqrt{3}} \right) \cdot 0.9 = 31.8 \text{ kV/cm (Crete)}$$

$$E_C = 22.48 \text{ kV/cm (Efficace).}$$

b. Tension de déclenchement de l'effet couronne :

$$E_0 = \frac{V_0}{rln(\frac{2h}{r})} \Rightarrow V_0 = E_0 \cdot rln(\frac{2h}{r})$$

$$V_C = 22.48 \cdot 3 \cdot ln\left(\frac{2600}{3}\right) = 456.21 \text{ kV.}, U_C = \sqrt{3} \cdot 456.21 = 790.17 \text{ kV}$$

c. Est-ce que à la tension de service, existe-t-il un effet couronne?.

$$U_S = 500 \text{ kV} < 790.17 \text{ kV. Il n'existe pas d'effet couronne.}$$

d. L'équation finale dont la solution donne le rayon effectif de l'enveloppe de couronne a une tension de **22.66 Pu**

$$U = 2.6 \text{ Pu} = 1300 \text{ kV} > 790.17 \text{ kV}$$

$$V_0 = E_0 \cdot rln(\frac{2h}{r})$$

$$V_0 \text{crete/phase} = \frac{\sqrt{2} \cdot 1300}{\sqrt{3}} = 1061.45 \text{ KV}$$

$$30 \left(1 + \frac{0.308}{\sqrt{re}}\right) \cdot 0.9 \cdot re \cdot ln\left(\frac{2600}{re}\right) = 1061.45$$

$$\left(1 + \frac{0.308}{\sqrt{re}}\right) \cdot re \cdot ln\left(\frac{2600}{re}\right) = 2358.77$$

**Exercice1:**  $b = 10 \text{ cm}$ , variable.  $U = 100 \text{ kV}$ . 1

- Expression du champ électrique créé par le système d'électrodes à une distance  $r$  en fonction de la tension  $U$  :

a- Cas de forme sphérique. :

$$E(r) = \frac{U}{r^2 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)}$$

b. Cas de forme cylindrique :

$$E(r) = \frac{U}{rln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

2- L'expression du champ maximal : Le Champ est max pour ( $r = a$ ) : premier cas de forme sphérique et le deuxième la forme cylindrique :

$$E(r) = \frac{U}{a^2 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)}$$

$$E(r) = \frac{U}{aln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Détermination du rapport optimum ( $b/a$ ) qui donne  $E_{\max}$  minimal :

a. Cas de forme sphérique : Le champ est min pour :  $a^2(1/a - 1/b)$  maximal avec a variable

$$f_1(a) = a^2 \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \text{ donc } \frac{df_1}{da} = 1 - 2 \frac{a}{b} ; \quad \frac{df_1}{da} = 0 \Rightarrow \frac{b}{a} = 1$$

$$\frac{b}{a} = 2$$

Cas de forme cylindrique :

$$E(r) = \frac{U}{aln(\frac{b}{a})} ; \quad f_2(a) = aln\left(\frac{b}{a}\right) \text{ alors } \frac{df_2}{da} = ln\left(\frac{b}{a}\right) - 1 \quad \text{donc : } \frac{df_2}{da} = 0 \Rightarrow ln\left(\frac{b}{a}\right) = 1$$

$$\frac{b}{a} = e$$

On note par  $V_e$  la vitesse d'un électron et  $B$  l'induction magnétique.

En déduire l'expression du vecteur  $V_e B$  dans les cas 1 et 2, faire une conclusion



### Exercice 2:

A partir de l'équation de Lorentz en déduire la mobilité électronique, on suppose que l'induction magnétique est nulle. Faire une conclusion

### Exercice 3:

On considère le système à représenter sur la figure 1. Où  $E$  est le champ électrique et  $B$  est l'induction magnétique.

Déterminer les expressions de la vitesse électronique dans le gaz.

Etablir l'expression de la mobilité électronique engendrée par le système.

Si on considère que la géométrie de l'axe Z. Etablir les équations de la décharge.

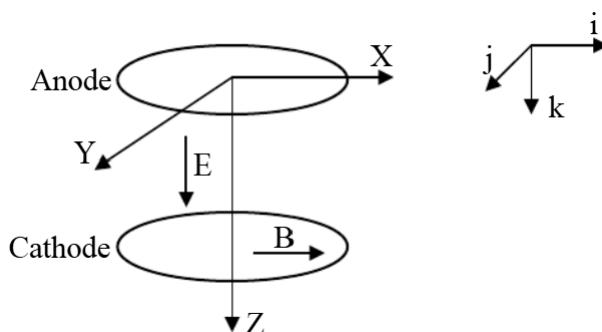


Figure 1

#### Exercice 4.

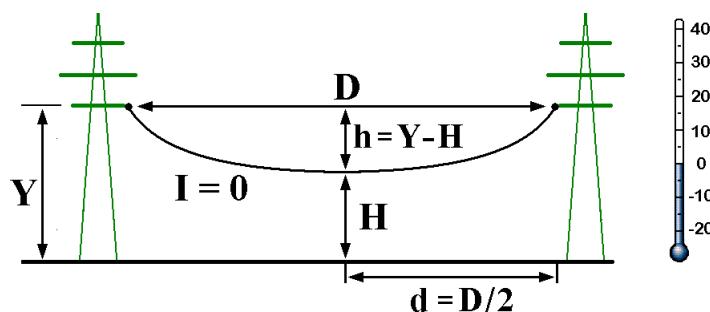
Dans un poste HT de 220 kV, le champ électrique à une distance de 6 m du conducteur central d'une ligne en nappe atteint 2 kV/m, ce qui pour le champ électrique est une valeur élevée. Par contre, le champ magnétique n'est que de 0,007 kA/m, ce qui pour le champ magnétique est une valeur faible. En haute tension, le champ électrique est prépondérant par rapport au champ magnétique.

Champs	Distance verticale par rapport au conducteur central (en m)							
	0,5	1	2	3	4	5	6	7
H (kA/m)	0,096	0,049	0,025	0,017	0,012	0,009	0,007	0,005
E (kV/m)	62,7	29,9	12,6	6,7	4,5	2,8	2,0	1,8

Tableau : Champs magnétique et électrique sous un jeu de barre triphasé 220 kV, en nappe.

Distance entre phases de 4m - diamètre du conducteur 25 mm

Une ligne aérienne à haute tension 380 kV, est suspendue entre deux pylônes séparés par une distance D. La hauteur des points de suspension est Y. En l'absence de courant, le conducteur le plus bas, de rayon R, passe à une hauteur H au-dessus du sol, la température ambiante étant de 0°C.



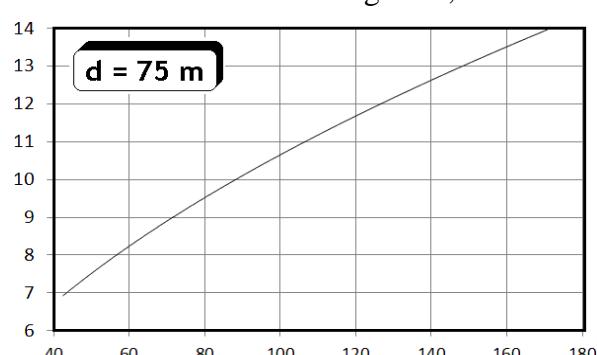
#### Questions

- Quel courant peut-on faire circuler dans ce conducteur, lorsqu'la température ambiante est de 0°C?
- Et lorsqu'la température ambiante est de 20°C?

#### Indications:

- Selon l'ordonnance fédérale sur les lignes électriques aériennes, la distance verticale de sécurité à respecter entre un conducteur sous tension et le sol doit être au moins égale à  $7,50m + 1 cm par KV$  de tension nominale.
- 

La relation paramétrique entre la flèche h du co



ducteur et son allongement sur la demi-longueur,  $L - d$ , est donnée par le graphique ci-  
contre pour un écartement des pylônes  $D=150$

contre pour un écartement des pylônes  $D=150$   
 $m(d=75m)$

Application numérique:

$$D = 150 \text{ mH} = 16m$$

$$Y = 23,50 \text{ mR} = 1,6 \text{ cm} = 2,310^{-4} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \quad : \quad$$

coefficient de dilatation du conducteur

$$k_o = 8 \text{ Wm}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1} \quad : \quad \text{coefficient de transfert de chaleur}$$

$$\rho_o = 1,8 \cdot 10^{-8} \cdot m \cdot \Omega \quad \text{résistivité électrique}$$

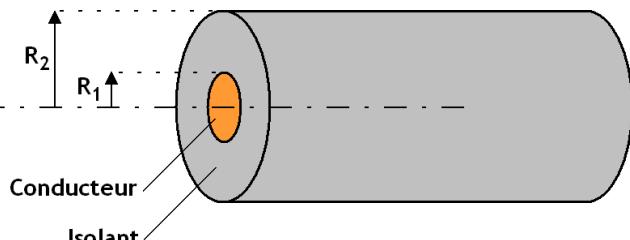
## Partie .9. CÂBLE AÉRONAUTIQUE

Dans le domaine aéronautique, chaque gramme transporté coûte cher, de sorte que la masse de chaque composant doit être minimisée.

On veut dimensionner un câble mono polaire pour transporter une puissance maximale  $P_m$  en courant continu, avec une masse linéique aussi faible possible.

### Question

#### Calculer la tension $U_m$ optimale



On utilisera les relations suivantes:

Le courant maximal  $I_m$  qu'il est possible de faire circuler dans le câble, pour un échauffement limite donné, dépend de la section du conducteur et de l'épaisseur d'isolant, selon la loi:

$$I_m = k_1 \cdot \sqrt{k_0(R_1; R_2) R_1^3}$$

avec:  $k_1$  coefficient de proportionnalité

$k_0(R_1; R_2)$  coefficient de transfert de chaleur.

En première approximation, on peut admettre que le transfert de chaleur est inversement proportionnel à l'épaisseur d'isolant:

$$k_0(R_1; R_2) = \alpha \cdot \frac{1}{R_2 - R_1}$$

Quant à la tension maximale  $U_m$  applicable sur un isolant donné (tension disruptive), en première approximation, elle est proportionnelle à son épaisseur :

$$U_m = k_2 (R_2 - R_1)$$

#### Application numérique:

$P_m = 1000 \text{ W}$

$\rho_1 = 9000 \text{ kg/m}^3$  (cuivre)

$\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$  (polyéthylène)

$\sigma_0 = 1,8 \cdot 10^{-8} \cdot \text{m} \Omega$  (cuivre)

Pour un échauffement maximal de  $60^\circ\text{C}$ , on peut prendre:

$$\alpha = 10^6 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad k_1 = 210^{-5} \text{ [SI]}$$

Enfin, la rigidité diélectrique du polyéthylène vaut :  $k_2 = 25 \text{ MV/m}$

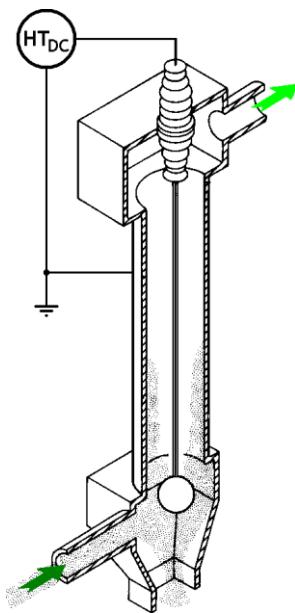
## Partie 10. Filtre électrostatique et Diélectriquespiézo-électriques

- A) On veut dimensionner un filtre électrostatique cylindrique coaxial : l'électrode de charge est un fil de rayon  $r_1$ , portée au potentiel  $U$ , lorsque l'électrode de capture est le cylindre extérieur mis à la terre.

### Question

Déterminer la longueur minimale du cylindre permettant d'obtenir une efficacité théorique de

100% pour des particules de 300 m de diamètre, avec un débit d'air de  $1 \text{ m}^3/\text{s}$



### Indications:-

Les particules de poussière à éliminer sont supposées sphériques

- Il a été démontré<sup>1</sup> qu'une particule sphérique de rayon  $R$  et de permittivité relative  $\mu_r$ , dans un champ électrique  $E$ , acquiert une charge  $Q$  donnée par :

$$Q(E) = 4 \pi \epsilon_0 \frac{3_r \epsilon}{\epsilon_r + 2} R^2 E \quad [\text{C}]$$

- Le volume occupé par le fil, à l'intérieur du cylindre, est considéré comme négligeable.

### Application numérique:

Pour les poussières

$$\begin{aligned} \epsilon &= 2 && \text{(permittivité relative)} \\ \rho &= 4000 \text{ kg/m}^3 && \text{(masse volumique)} \\ R &= 150 \text{ m}\mu && \text{(rayon des particules)} \end{aligned}$$

Pour le filtre

$$\begin{aligned} U &= 10 \text{ kV} && \text{(potentiel du fil)} \\ R_1 &= 1 \text{ mm} && \text{(rayon du fil)} \\ R_2 &= 20 \text{ cm} && \text{(rayon intérieur du cylindre)} \\ D &= 1 \text{ m}^3/\text{s} && \text{(débit)} \end{aligned}$$

### QUESTIONSTESTS

Sous une ligne à haute tension, le champ magnétique est-il proportionnel au courant qui circule dans la ligne ?

Pour couper le courant dans une ligne à haute tension, faut-il ouvrir d'abord le disjoncteur et ensuite le sectionneur, ou l'inverse ?

- B) Ils sont caractérisés par l'apparition de charges électriques sur les surfaces de quelques cristaux quand ils sont soumis à des forces mécaniques de compression ou de tension par exemple.

Il existe l'effet inverse, à savoir la déformation sous l'action d'une tension électrique.

Pratiquement, tous les diélectriques ferroélectriques sont piézo-électriques.

1. Latôled'un transformateur réalisé avec un matériau magnétique doux qui suit facilement les changements du champ magnétique résultant du caractère alternatif du courant électrique.
2. Le cycle d'hystéresis de cette tôle est étroit et les pertes magnétiques, qui entraînent un surchauffe du transformateur et une diminution de rendement, sont réduites au maximum.
3. paramagnétique : a. La susceptibilité initiale, positive, est infinie au zéro absolu et décroît lors que la température augmente. Elle est généralement de l'ordre de  $10^{-3}$  à  $10^{-6}$  à la température ambiante.  
Dans le cas idéal, l'inverse de la susceptibilité initiale varie proportionnellement à la température : c'est la loi de Curie  
b. Sous l'action d'un champ magnétique, la valeur moyenne de l'orientation des moments est modifiée et une aimantation induite parallèle au champ apparaît. Cette aimantation est d'autant plus faible que la température est élevée, c'est-à-dire que l'agitation thermique est importante. Au fur et à mesure que la température augmente les variations de l'aimantation en fonction du champ deviennent de plus en plus linéaires.
4. Cet arrangement antiparallèle des moments individuels est la conséquence d'interactions entre atomes voisins (appelées interactions d'échange négatives).
5. en haute tension le champ électrique à la surface du conducteur devient suffisamment grand (supérieur au champ d'ionisation de l'air,  $\approx 30$  kV/cm), pour ioniser l'air autour du conducteur

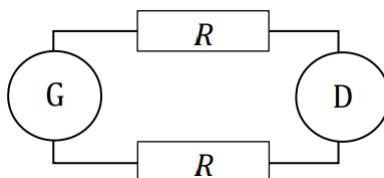
### **Exercice.**

Intérêt de la haute tension Cet exercice a pour but de mettre en évidence l'intérêt de l'utilisation de la haute tension pour le transport de l'énergie électrique. Une centrale électrique est située à 1 km d'un poste transformateur, assimilé à un simple dipôle. La centrale et le transformateur sont reliés par deux câbles. La tension produite par la centrale vaut  $U = 400$  kV. La résistance linéique (résistance par unité de longueur) des câbles vaut  $8,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}^{-1}$ . 1. Calculer la résistance des câbles. 2. Représenter le schéma électrique modélisant la centrale assimilée à un générateur, les deux câbles assimilés à des résistances et le transformateur. 3. Calculer l'intensité du courant traversant les câbles

sachant que la centrale fournit une puissance de 20 MW. Rappel : 1 mégawatt = 10<sup>6</sup> W. En déduire la puissance totale dissipée par les câbles lors du transport de l'énergie électrique entre la centrale et le transformateur. 5. Calculer la puissance dissipée si la tension produite par la centrale était de 40 kV. Conclure.

### Correction

1.  $R = 8,5 \cdot 10^{-6} \times 1000 = 8,5 \cdot 10^{-3} \Omega$
2. C'est le même schéma que dans l'exercice du cours. D est le transformateur, G la centrale et R représente la résistance des câbles.



3.  $P = UI$  donc  $I = PU = 20 \cdot 10^6 \div 400 \cdot 10^3 = 50 \text{ A}$ .
4. Cette intensité passe par les deux câbles, donc  $P_J = 2RI^2 = 42,5 \text{ W}$
5. Si  $U = 40 \text{ kV}$ , alors  $I = 500 \text{ A}$  et donc  $P_J = 4,25 \text{ kW}$ . La perte est 100 fois plus importante. L'intérêt de la haute tension est de limiter les pertes par effet Joule pour une puissance transmise donnée.

### exercice

imaginons une ville, alimentée en énergie électrique par deux centrales électriques  $S_1$  et  $S_2$ . Un transformateur central reçoit l'énergie électrique des deux sources et la transmet à la ville.

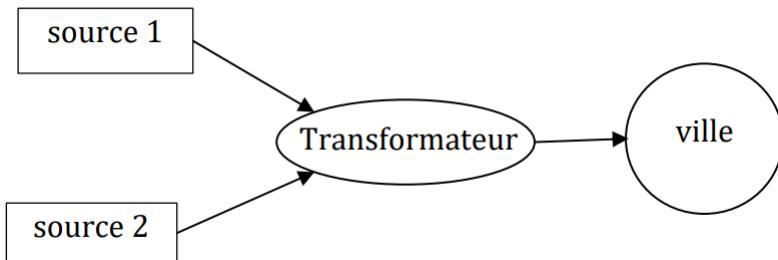
1. Représenter cette situation par un graphe orienté. La ville consomme une puissance de 20 MW qui est fournie par les deux centrales électriques. La centrale  $S_1$  est reliée au transformateur par des câbles d'une résistance totale  $r_1 = 0,1 \Omega$ . La centrale  $S_2$  est reliée au transformateur par des câbles d'une résistance totale  $r_2 = 0,15 \Omega$ . Chaque centrale peut fournir au maximum 15 MW.
2. Quel problème se pose à l'ingénieur en charge de la coordination de la production électrique des deux centrales ?

Les pertes d'énergie électrique par effet Joule sont proportionnelles au carré de la puissance électrique produite par chaque centrale et à la résistance des câbles qui lient chaque centrale au transformateur.

3. Quelle est la fonction mathématique à minimiser si l'on veut réduire autant que possible ces pertes ?
4. Quelles contraintes mathématiques y a-t-il sur  $P_1$  et  $P_2$  ?
5. Déterminer les valeurs de  $P_1$  et de  $P_2$  qui minimisent ces pertes.

### Correction

1. Graphe orienté



2. Il doit répartir la production d'électricité entre les deux centrales de manière à minimiser les pertes en ligne.

3. Il faut minimiser  $r_1P_1^2 + r_2P_2^2$  avec :

- $P_1 + P_2 = P_3 = 20$  MW (puissance produite par les centrales = puissance consommée)
- $P_1 \leq 15$  MW et  $P_2 \leq 15$  MW (chaque centrale ne peut produire plus de 15 GW) C si contraintes non pertinentes

5. On exprime  $P_2$  en fonction de  $P_1$  (ou l'inverse) :  $P_2 = P_3 - P_1$  Il faut donc minimiser la fonction

$$r_1P_1^2 + r_2(P_3 - P_1)^2 = r_1P_1^2 + r_2P_3^2 - 2r_2P_3P_1 + r_2P_1^2$$

6. Pour cela, on la dérive et on cherche quand sa dérivée est nulle. Dérivée de  $r_1P_1^2 + r_2P_3^2 - 2r_2P_3P_1 + r_2P_1^2$  :  $2r_1P_1 - 2r_2P_3 + 2r_2P_1$

7. La dérivée s'annule pour  $P_1 = r_2P_3r_1 + r_2 = 12$  GW et  $P_2 = 8$  GW

### Transport de l'énergie électrique

La puissance  $P$  perdue par ce phénomène dans un conducteur ohmique de résistance  $R$  parcouru par un courant d'intensité  $I$  est donnée par la relation :

$$P = R \times I^2.$$

La résistance  $R$  d'un fil conducteur est donnée par la formule :

$$R = \rho \times \frac{L}{S}.$$

avec  $\rho$  la résistivité du conducteur en  $\Omega \cdot \text{m}$ ,  $L$  la longueur du fil en m et  $S$  sa section en  $\text{m}^2$ .

1. Plus la longueur du câble est grande, plus sa résistance est importante. En vous appuyant sur l'expression de la résistance, proposer deux façons de diminuer la résistance des lignes qui transportent l'énergie électrique.

Pour diminuer la résistance, on peut utiliser un conducteur électrique de plus faible résistivité  $\rho$  et on peut augmenter la section  $S$  des câbles.

Diminuer la résistance n'est pas la seule réponse à apporter pour diminuer les pertes. On peut également agir sur l'intensité.

2. Indiquer par combien sont divisées les pertes si on divise l'intensité par deux.

Comme  $P = R.I^2$ , en divisant par deux l'intensité on divise par 4 les pertes.

**3. Expliquer l'intérêt des lignes à haute tension.**

Le document 1 indique « A puissance délivrée égale, plus la tension est élevée et l'intensité réduite, plus les pertes en lignes sont faibles ». Augmenter la tension permet de diminuer l'intensité et donc de réduire les pertes par effet Joule.

**4. Expliquer pourquoi les deux réseaux transportant de l'énergie électrique en France mentionnés dans le document 1 n'annoncent pas les mêmes pourcentages d'énergie perdue.**

Le réseau de transport d'électricité géré par RTE fonctionne avec des tensions beaucoup plus élevées que le réseau de distribution géré par ERDF. On vérifie bien que les pertes sont plus grandes (6%) en basse tension qu'en haute tension (2,2%).

**PARTIE B : Modélisation d'un réseau**

Considérons un réseau simple représenté de façon symbolique dans le document 2.

Deux sources  $S_1$  et  $S_2$  produisent du courant, que l'on supposera continu, d'intensités respectives  $I_1$  et  $I_2$ . Le courant doit être acheminé vers deux cibles  $C_1$  et  $C_2$  qui attendent des intensités fixées valant respectivement  $I_3$  et  $I_4$ . On note  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$  les résistances respectives des câbles de transport des lignes 1 à 4.

Le réseau présente un unique nœud.

**5. Donner l'expression de la puissance  $P_{JT}$  totale dissipée par effet Joule en fonction des intensités et résistances.**

$$P_{JT} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2$$

**6. En utilisant la loi des nœuds, supposée valable, montrer que, si les intensités sont exprimées en ampères, on a  $I_2 = 185 - I_1$ .**

La loi des nœuds donne  $I_1 + I_2 = I_3 + I_4$ , donc  $I_2 = I_3 + I_4 - I_1$

Le document 2 montre que  $I_3 = 160$  A et  $I_4 = 25$  A, ainsi  $I_2 = 160 + 25 - I_1$  soit comme annoncé  $I_2 = 185 - I_1$

**7. On admet que les valeurs des résistances des câbles de transport sont toutes identiques et égales à  $R$ . Montrer que l'expression de la puissance  $P_{JT}$  (en W) en fonction de  $I_1$  (en A) est :**

$$P_{JT} = R(2I_1^2 - 370I_1 + 60450).$$

$$P_{JT} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2$$

Avec  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ , il vient  $P_{JT} = R \cdot (I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + I_4^2)$ , on remplace  $I_3$  et  $I_4$  par leurs valeurs et on remplace  $I_2$  par  $185 - I_1$

$$P_{JT} = R \cdot (I_1^2 + (185 - I_1)^2 + 160^2 + 25^2) \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$P_{JT} = R \cdot (I_1^2 + 185^2 - 2 \times 185 \times I_1 + I_1^2 + 160^2 + 25^2)$$

$$P_{JT} = R \cdot (2I_1^2 - 370 I_1 + 60\,450)$$

8. Par lecture graphique, estimer la valeur de l'intensité  $I_1$  qui permet de minimiser l'énergie dissipée lors de l'acheminement de l'énergie.

On lit l'abscisse du point d'ordonnée la plus faible. On trouve environ  $x = 90$ .

Ainsi  $I_1 = 90$  A est l'intensité qui permet de minimiser l'énergie dissipée.

### Exercice

#### Transporter de l'énergie coûte de l'énergie !

Lors du transport de l'énergie électrique, la préoccupation première est de maximiser la quantité d'énergie transportée en minimisant les pertes.

L'exercice comporte deux parties indépendantes qui s'intéressent à l'optimisation du transport de l'énergie électrique.

### Document 1

#### *Électricité : à combien s'élèvent les pertes en ligne en France ?*

L'énergie électrique ne peut être acheminée jusqu'au consommateur final sans pertes. L'essentiel de ces pertes est lié à la circulation du courant électrique dans les matériaux conducteurs qui lui opposent une résistance : cela provoque une perte d'énergie qui se traduit par un dégagement de chaleur.

A puissance délivrée égale, plus la tension est élevée et l'intensité réduite, plus les pertes en lignes sont faibles. Le courant circule donc sur les lignes électriques à haute et très haute tension sur le réseau de transport d'électricité français (63 000 à 400 000 volts). Sur les réseaux de distribution, la tension est réduite et les pertes sont donc plus importantes. Sur ces différents réseaux, le courant alternatif est utilisé en partie pour cette raison : il permet d'élever les tensions, de réduire les intensités donc de limiter les pertes.

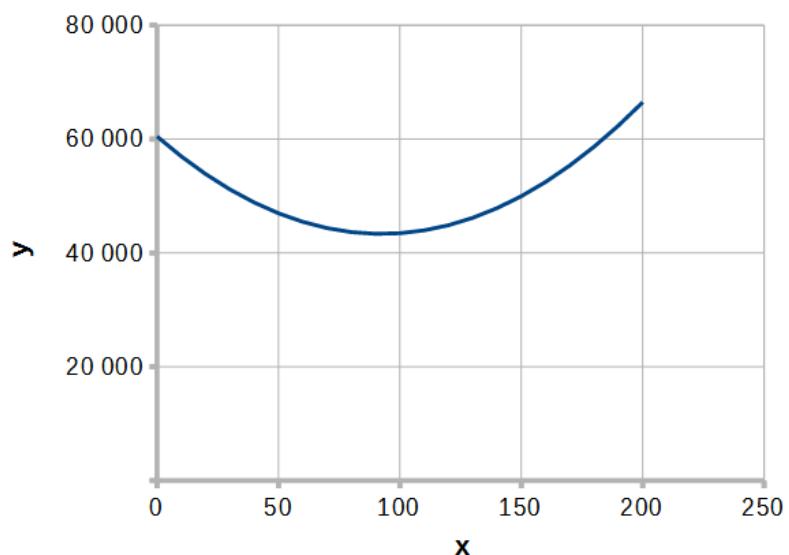
Sur le réseau de transport d'électricité, le gestionnaire RTE déclare un taux de pertes compris entre 2% et 2,2% depuis 2007. Sur les réseaux de distribution, le gestionnaire ERDF annonce que les pertes s'élèvent au total à près de 6 % de l'énergie acheminée (20 TWh/an).

En incluant l'autoconsommation des postes de transformation et les pertes dites « non techniques » (fraudes, erreurs humaines, etc.), les pertes d'électricité en France entre le lieu de production et de consommation avoisinent 10% en moyenne.

### Document 2 *Modélisation simple d'un réseau de distribution électrique par un graphe orienté*



**Document 3**



## Effet Meissner dans un matériau supraconducteur

## 1. Lien entre le champ électrique et la densité de courant

- (a) Appliquons le principe fondamental de la dynamique à un électron (de masse  $m$  et de charge  $-e$ ) dans le référentiel du supraconducteur, supposé galiléen, et soumis uniquement à l'action du champ électrique

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e \vec{E}$$

- (b) La densité volumique de courant  $\vec{j}$  est reliée à la vitesse moyenne des porteurs de charge par

$$\vec{j} = \rho \vec{v} = -n e \vec{v}$$

où  $\rho = -ne$  est la densité volumique de charges mobiles et  $n$  est la densité volumique des porteurs de charge. On en déduit

$$\frac{m}{-ne} \frac{d\vec{j}}{dt} = -e \vec{E} \implies \vec{E} = \mu_0 \lambda^2 \frac{d\vec{j}}{dt} \quad \text{avec} \quad \lambda = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n e^2}}$$

- (c) En l'absence de différence de potentiel électrique

$$\vec{E} = -\vec{\text{grad}} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

L'équation précédente conduit à

$$-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \mu_0 \lambda^2 \frac{d\vec{j}}{dt} \quad \text{soit} \quad \vec{A} = -\mu_0 \lambda^2 \vec{j}$$

où l'on impose  $\vec{A} = \vec{0}$  pour  $\vec{j} = \vec{0}$ .

- (d) Déterminons la dimension de  $\lambda^2$  dans un premier temps.

$$[\lambda^2] = \frac{[E]}{\left[ \mu_0 \frac{\partial j}{\partial t} \right]} = \frac{[E]}{\left[ \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \right] \times \left[ \frac{\rho v}{t} \right]} = \frac{[\varepsilon_0 E]}{[\rho]} \times [cT]$$

Or

$$[E] = \left[ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\rho \times V \times \|\vec{PM}\|}{\|\vec{PM}\|^3} \right] = \frac{[\rho] \times L}{[\varepsilon_0]}$$

On en déduit

$$[\lambda]^2 = \frac{[\rho] \times L}{[\varepsilon_0]} \times \frac{[\varepsilon_0]}{[\rho]} \times [cT] = L^2 \implies [\lambda] = L$$

$\lambda$  est bien homogène à une longueur.

- (e) L'application numérique conduit à

$$\lambda = \sqrt{\frac{0,9 \cdot 10^{-30}}{4\pi \cdot 10^{-7} \times 18 \cdot 10^{28} \times (1,6 \cdot 10^{-19})^2}} \Rightarrow \lambda = 12,5 \text{ nm}$$

2. (a) Dans l'A.R.Q.S., les courants de déplacement sont négligeables. Les équations de Maxwell s'écrivent

$$\begin{aligned}\operatorname{div}(\vec{E}) &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{E}) &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div}(\vec{B}) &= 0 \\ \operatorname{rot}(\vec{B}) &= \mu_0 \vec{J} + \underbrace{\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\approx \vec{0}} = \mu_0 \vec{J}\end{aligned}$$

- (b) En tenant compte de la relation entre  $\vec{J}$  et  $\vec{E}$ , l'équation de Maxwell-Faraday se ré-écrit

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = \mu_0 \lambda^2 \operatorname{rot}\left(\frac{\partial \vec{J}}{\partial t}\right) = \mu_0 \lambda^2 \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot}(\vec{J}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

En utilisant l'équation de Maxwell-Ampère, on trouve

$$\mu_0 \operatorname{rot}(\vec{J}) = \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{B})$$

On en déduit

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \lambda^2 \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{B}) + \vec{B} \right] = \vec{0} \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{\partial}{\partial t} \left[ \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{B}) + \frac{\vec{B}}{\lambda^2} \right] = \vec{0}}$$

3. En l'absence de champ statique

$$\left[ \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{B}) + \frac{\vec{B}}{\lambda^2} \right] = \vec{0}$$

Or

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{B}) = \operatorname{grad} \left[ \underbrace{\operatorname{div}(\vec{B})}_0 \right] - \Delta \vec{B}$$

où  $\operatorname{div}(\vec{B}) = 0$  d'après l'équation de Maxwell-flux. On en déduit l'équation pour  $\vec{B}$  dans le supraconducteur

$$\boxed{\Delta \vec{B} - \frac{\vec{B}}{\lambda^2} = \vec{0}}$$

4. On se place en régime stationnaire avec  $\vec{B} = B(z) \vec{u}_x$ . L'équation de London fournit

$$\frac{d^2 B}{dz^2} - \frac{B}{\lambda^2} = 0$$

(a) Les solutions sont de la forme

$$B(z) = A_1 e^{-z/\lambda} + A_2 e^{+z/\lambda}$$

où  $A_1$  et  $A_2$  sont des constantes d'intégration.

(b) S'il n'y a pas de courants surfaciques, le champ magnétique est nécessairement continu en  $z = 0$ .  
On a donc

$$A_1 + A_2 = B_0$$

De plus, le champ magnétique ne peut pas diverger à l'intérieur du matériau (sinon l'énergie magnétique serait infinie). On en déduit

$$\lim_{z \rightarrow -\infty} B(z) = 0 \quad \text{d'où} \quad A_1 = 0$$

(c) On en déduit

$$A_2 = B_0 \quad \text{et} \quad B(z) = B_0 e^{z/\lambda}$$

- (d) Sur une distance de  $5\lambda$ , l'amplitude du champ est inférieure à 1% du champ à la surface et peut donc être considéré comme nul. La longueur de London  $\lambda$  représente la distance caractéristique d'atténuation du champ dans le matériau.
- (e) Compte-tenu de la valeur numérique de  $\lambda$ , le champ magnétique peut être considéré comme nul à l'intérieur du matériau supraconducteur. Les lignes de champ ne peuvent pas pénétrer dans le matériau : c'est l'effet Meissner.

## Bibliographie

M. Pauthenier, M. Moreau-Hanot, « La charge des particules sphériques dans un champ ionisé », *Journal de physique et le radium*, n°3(1932)pp. 590-613.

Physique des semi-conducteurs et des composants électroniques, cours et exercices corrigés. Henry Mathieu et Hervé Fanet. Dunod, Paris, 2009. ISBN 978-2-10-051643-8. 2.

Physique et Technologie des semi-conducteurs. Francis Lévy. Presses polytechniques et universitaires romandes, CH-1015 Lausanne, 1995. ISBN 2-88074-272-2. 3.

Principles of semiconductor devices. Sima Dimitrijev, Griffith University, Second Edition. New York, Oxford University Press, 2012. ISBN 978-0-19-538803-9.

Engineering Critical Current Density vs. Applied Field for Superconductors Available in Long Lengths, National High Magnetic Field Laboratory website: